Guesmane Sangare

REPUBLIQUE FRANÇAISE

Ministère de la Coopération

ELEMENTS D'ECONOMIE DES TRANSPORTS

Pierre SUARD et Michel WALRAVE
Ingénieurs des Ponts et Chaussées

SERVICE DE L'ADMINISTRATION OENERALE. 20 rue Monsieur, P

Financé par le Fonds d'Aide et de Coopération, le présent ouvrage a été composé sous l'égide d'un groupe d'études pour élaborer une doctrine cohérente de coopération dans le domaine des transports et pour étudier des cas d'application.

Le Président de ce groupe de travail a été de 1962 à 1967, Monsieur Pierre Donatien COT, Directeur Général de l'Aéroport de Paris, aujourd'hui Directeur Général d'Air-France, et depuis 1967, Monsieur Pierre LHERMITTE, Directeur Adjoint de l'Electricité de France Maître de conférence à l'Ecole Polytechnique.

Un effort de vulgarisation remarquable a été fait par les rédacteurs. Il permet à tous les lecteurs ayant une formation mathématique suffisante de lire ce document avec un très grand profit.

M.M. SUARD et WALRAVE, tous deux ingénieurs des Ponts et Chaussées, le premier à l'Aéroport de Paris, le deuxième à la S.N.C.F. ont rédigé cet ouvrage.

Nous avons été amenés à écrire cet ouvrage pour servir d'introduction à un manuel d'économie des transports dont l'ambition est de traiter l'ensemble des problèmes économiques qui se posent dans le secteur des transports, qu'il s'agisse de questions de théorie, d'économétrie, d'organisation des entreprises ou d'élaboration des plans.

Ces circonstances expliquent le contenu et la forme du présent ouvrage. Nous nous sommes limités à un exposé simplifié des éléments d'économie qui nous paraissent indispensables pour que les études concrètes soient abordées sur des bases suffisamment précises et solides. Mais nous nous sommes abstenus de montrer comment les concepts sont utilises dans les études réelles, Les quelques exemples que nous citons ne le sont qu'à titre d'illustration directe d'un raisonnement théorique. L'ouvrage peut, ainsi conçu, apparaitre trop abstrait.

Nous tenons toutefois à attirer l'attention du lecteur sur la nécessité qu'il y a à accepter un effort préalable de réflexion théorique avant d'être en mesure d'intervenir valablement dans l'étude et mieux la solution des problèmes économiques, Le secteur des transports se caractérise même par une certaine spécificité qui appelle, à notre sens, un surcroît de réflexion : bien souvent la complexité de chaque situation réelle ne peut être débrouillée, ordonnée et interprétée que par un retour aux sources. Nous avons cherché à exposer, sous une forme très condensée, les résultats théoriques qui permettent de résoudre les problèmes courants.

L'ensemble des Cléments d'économie que l'on trouvera dans cet ouvrage ont été élaborés et exposés pendant les vingt dernières années. MM, ALLAIS, BOITEUX, LESOURNE, MASSE ont joué un grand rôle dans leur élaboration. Le lecteur pourra toujours se reporter avec profit aux publications originales de ces économistes.

JANVIER I966.

O. Sarfari

TABLE DES MATIERES

I . schéma classique de l'économie

11 la production

11.1 NOTION DE PRODUCTION

La notion d'activité productrice est intuitive. On peut donner une définition très large d'une entreprise de production, en disant qu'il s'agit d'une cellule dont le rôle est de faire apparaître des biens et des services, appelés "produits" ou "outputs", à partir d'autres biens ou services désignés par le terme "facteurs de production" ou "inputs". L'étendue de cette définition apparaît si l'on veut bien considérer comme distincts du point de vue économique, non seulement des biens physiquement différents, mais encore des biens physiquement identiques, mais disponibles en des lieux distincts ou à des époques différentes.

Ainsi, l'activité consistant à fournir un bien sur un marché de consommation B à partir du même bien disponible en A et d'un service de transport AB pourra être considéré comme une activité productrice.

11.2 FONCTION DE PRODUCTION

11.21 Définition

Dans le cas où il n'y a qu'une seule sorte de bien produit (A) à partir des facteurs de production (X), (Y), (Z), il est possible de définir la quantité maximum A de bien (A) que l'on peut produire pour des quantités X, Y, Z, des facteurs mis en oeuvre, l'organisation de la production étant techniquement optimale :

$$A = f(X,Y,Z)$$

$f(X, Y, Z,)$ sera une fonction non décroissante de X, Y, Z.

11.22 Rendements

Pour des valeurs Yo Zo des autres facteurs supposées constantes, la quantité produite A varie avec la quantité X de facteurs (X).

Le rapport $\frac{A}{X}$ varie en fonction de X, il commence en général par croitre, passe par un (ou plusieurs maximums), puis décroit et finit toujours par s'annuler asymptotiquement pour les très grandes valeurs de X. Ce rapport est appelé "rendement moyen" du facteur (X).

Dans le même cadre,, d'hypothèses, on définit le "rendement marginal" ou "l'efficience marginale" du facteur X comme la dérivée partielle $\frac{dA}{dX}$; son existence est donc liée à la possibilité de faire varier continûment la quantité X du facteur et au caractère dérivable de la fonction de production.

11.3 GESTION OPTIMALE D'UNE ENTREPRISE DE PRODUCTION Recherche du coût minimum.

11.31 Formulation

Le premier problème qui se pose pour la gestion d'une activité de production caractérisée par une fonction de production

$$A = f\ (X,Y,Z)$$

est de déterminer pour un niveau de production Ao donné, les quantités X, Y, Z, de facteurs à mettre en oeuvre, pour assurer la production au moindre coût.

Si x, y, z sont les prix unitaires des facteurs X, Y, Z, la dépense totale est :

$$D = xX+yY+zZ$$

Le problème se formalise ainsi de la façon suivante : il s'agit de trouver le système de valeurs X, Y, Z, qui rend minimum D, sachant que ces valeurs sont liées par la condition :

$$f\ (X,Y,Z) = A_o \qquad (1,1)$$

(On suppose pour l'instant que les prix payés, x, y, z sont indépendants des quantités de facteurs mises en œuvre).

Les conditions nécessaires (au premier ordre) de ce minimum s'obtiennent en annulant les dérivées partielles de :

$$\alpha xX + yY + zZ + \lambda(A_o - f\ (X,Y,Z)\ )$$

et en adjoignant à ces conditions la relation (1,1)

On obtient ainsi l'ensemble des conditions suivant :

$$\frac{f'X}{x} = \frac{f'Y}{y} = \frac{f'Z}{z} = 1 \qquad (1,2)$$

$$f\ (X,Y,Z) = A_o$$

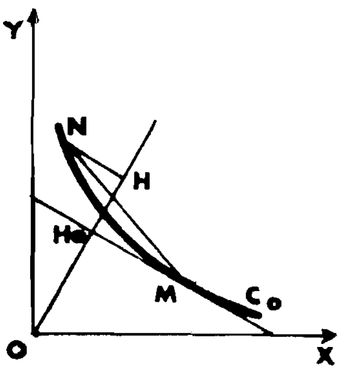
11.32 Représentation géométrique

Une représentation géométrique simple des raisonnements précédents, dans le cas de deux facteurs X et Y seulement, peut Btre données dans le plan de coordonnées X et Y.

Toute combinaison X et Y de facteurs qui correspond au niveau de production Ao est représentée par un point N situé sur la courbe (Co) d'équation

$$f(X,Y) = Ao$$

Alors que tout point situé dans la région située au Nord-Est de la eourbe Co correspond à une situation dans laquelle il y a gaspillage des facteurs de production si la production se limite à AO.



La dépense correspondant au point N est proportionnelle à la longueur OH, H étant le pied de la perpendiculaire abaissre de N sur la droite issue de l'origine et parallèle au vecteur prix (x, y). La dépense minimum correspond donc au point M tel que MH soit tangente en M à la courbe (Co). En ce point M, la normale A la courbe (Co) est parallèle au vecteur prix, ceci n'est autre que l'ensemble des conditions figurant A la première ligne des relations (1, 2).

11.33 Propriété de l'optimum : Loi du coOt marginal

Si, à partir d'un ensemble X, Y, Z, on accroît la quantité X de SX, la quantité produite augmente de :

$$SA = f'_x \, SX$$

pour un accroissement de dépense :

$$SD = x\delta X$$

Le "coût marginal de A en X" est le quotient de cet accroissement de dépense par l'accroissement de production.

$$C_{m/x} \quad (X,Y,Z) = \frac{\delta D}{\delta A} = \frac{x}{f'x}$$

Les relations (1,2) montrent que lorsque le coOt est minimum :

$$C_{m/x} = C_{m/y} = C_{m/z}$$

Dans ces conditions et seulement lorsqu'il en est ainsi, on peut parler du coOt marginal de A sans spécifier au moyen de quel facteur (ou de quelle combinaison marginale de facteurs) on obtient l'accroissement de production.

<u>Cette propriété est fondamentale et sera très utilisée dans la suite</u>. Elle peut Btre utilisée notamment pour déterminer par tâtonnement si la production est bien au minimum de coOt (on vérifie l'égalité des coûts marginaux par rapport A chacun des facteurs de production).

11.4 GESTION OPTIMALE D'UNE ENTREPRISE DE PRODUCTION . CHOIX DU NIVEAU OPTIMUM DE PRODUCTION.

11.41 Fonction de dépense

On vient de voir comment, pour un système de prix donné x, y, z, s'effectuait la recherche de la combinaison optimale des facteurs X, Y, Z conduisant au coût minimum, pour une quantité produite A.

X, Y, Z apparaissent donc comme des fonctions de x, y, z et A. Pour un système donné, travaillant au coût minimum, X, Y, Z et $D = xX + yY + zZ$ sont donc fonction de A.

$D = D(A)$ est appelée fonction de dépense.

$\frac{D(A)}{A}$ est le coût moyen

$D'(A)$ est le coût marginal.

On peut remarquer ici que si le coût moyen passe par un minimum, sa dérivée égale à :

$\frac{AD'(A) - D(A)}{A^2}$ est nulle

et l'on a :

$$D'(A) = \frac{D(A)}{A}$$

<u>En un point où le coût moyen est minimum, le coût marginal est égal au coût moyen</u>.

11.42 Choix du niveau de production à prix de vente donné

Si l'on suppose que le bien (A) s'écoule sur un marché à un prix "a" sur lequel le producteur est censé n'exercer aucune influence, la vente d'une quantité A de ce bien procurera au producteur une recette aA et un bénéfice :

$$B(A) = aA - D(A)$$

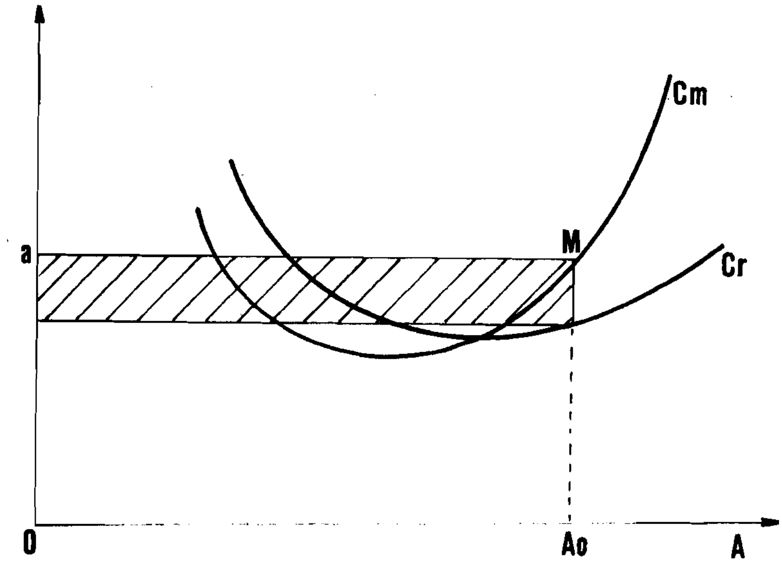
Le bénéfice sera maximum aux conditions

$$\frac{dB}{dA} = a - D'(A) = 0 \qquad (1,3)$$

$$\frac{d^2B}{dA^2} = - D''(A) < 0 \text{ soit } \frac{dC_m}{dA} > 0 \qquad (1,4)$$

La condition (1,4) implique que le coût marginal doit être croissant ; et la condition (1,3) signifie que, dans une zone à coût marginal croissant <u>la production doit être poussée jusqu'au point où le coût marginal devient égal au prix de vente</u>.

Dans le cas où la variation du coût marginal à l'allure de la



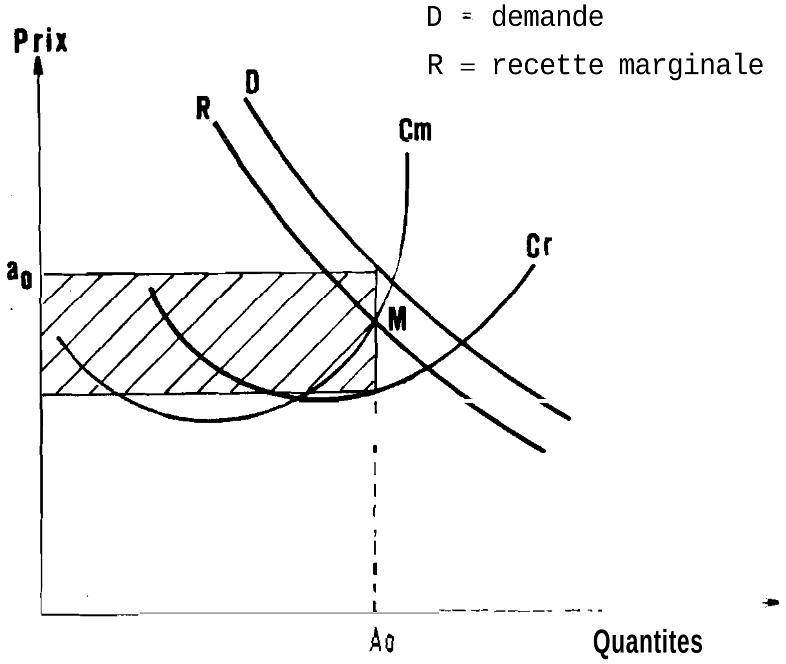
courbe (C_m) sur la figure 2, le point optimal se situera donc en M.

De plus, l'entrepreneur devra vérifier qu'en ce point le prix a est supérieur ou égal au coût moyen pour éviter de travailler à perte. C'est le cas sur la figure, où la production optimale Ao laissera un bénéfice égal à l'aire hachurée (Cr) est la courbe représentative du coût moyen).

II.43 Choix de l'objectif de production à prix de vente variable

D = demande

R = recette marginale



Les hypothèses effectuées précédemment, acceptables pour une entreprise trop petite par rapport au marché pour pouvoir influer sur le prix, ne sont plus valables lorsque cette entreprise est précisément suffisamment importante pour que les quantités qu'elle apporte sur le marché soient susceptibles d'engendrer des variations de prix. C'est en particulier le cas si l'entreprise, seule à produire le bien (A), dispose d'un monopole absolu.

Le prix auquel l'entreprise peut écouler sa production apparaît alors comme une fonction, en général décroissante, de la quantité produite.

Le bénéfice s'écrit alors :

$$B(A) = Aa(A) - D(A)$$

Pour que le bénéfice soit maximum il faut que sa dérivée soit nulle :

$$\frac{dB}{dA} = A \frac{da}{dA} + a - D'(A) = 0$$

d'où

$$A \frac{da}{dA} + a = D'(A) \qquad (1,5)$$

Pour que le bénéfice soit maximum il faut aussi que sa dérivée seconde soit négative : la condition du second ordre s'écrit :

$$\frac{d}{dA} \left(a + A \frac{da}{dA}\right) < D''(A) \qquad (1,6)$$

Si l'on désigne la recette par

$R(A) = a(A)A$

(1,5) s'écrit :

$R'(A) = D'(A)$

et (1,6) s'écrit :

$R''(A) < D''(A)$

Ceci s'interprète en disant que <u>le bénéfice est maximum lorsque le coût marginal est égal à la recette marginale</u>, la pente de la courbe de coût marginal étant supérieure à la pente de la courbe de recette marginale.

En général, $a(A)$ étant une fonction décroissante de A, la recette marginale est inférieure au prix de vente. L'abscisse Ao de l'intersection M de courbe de recette marginale (R) et de coût marginal (C_m) fournit le niveau de production, le prix de vente a_o étant celui qui correspond sur la courbe de demande (D) à la quantité Ao.

Le bénéfice est égal à l'aire hachurée sur la figure 3.

11.5 <u>Généralisation de la fonction de production</u> : Cas de plusieurs biens produits

Les notions et demonstrations précédentes s'étendent facilement au cas de plusieurs biens produits.

Supposons qu'une activité productrice mette en jeu des quantités q_i de biens repérés par un indice i ($i = 1 \dots n$) avec la convention

$q_i > 0$	s'il s'agit d'un bien effectivement produit
$q_i < 0$	s'il s'agit d'un bien consomme.

Les quantités mises en jeu sont liées par une fonction de production.

$$f(q_1, q_2, \dots q_n) = 0 \qquad (1,7)$$

Si les prix apparaissent comme donnés, les conditions sous lesquelles le bénéfice $\sum_{i=1}^{n} p_i q_i$

est maximum, s'écrivant

$$\frac{f'1}{p_1} = \frac{f'2}{p_2} = \ldots\ldots\ldots = \frac{f'n}{P\ n} \qquad \text{(en posant } f'_i = \frac{\partial f}{\partial q_i}\text{)}$$

auxquelles il faut adjoindre la condition (1,7).

Il en résulte que, à l'optimum, le coût marginal d'un produit est le même quel que soit le facteur dont la variation assure la production d'une unité supplémentaire,et il est égal à son prix de vente. De même la productivité marginale d'un facteur est la même quelle que soit la manière dont est utilisée l'unité supplémentaire de ce facteur,accroissement de production d'un ou de plusieurs produits,économie portant sur d'autres facteurs et cette productivité marginale est égale au prix d'achat.

Ces résultats ne subsistent plus, si pour certains des biens mis en oeuvre les prix varient avec les quantités (situation de monopole ou monopsone).

12 la consommation

12.1 FONCTION D'UTILITE INDIVIDUELLE POUR UN CONSOMMATEUR DONNE

Les développements suivants se proposent de donner une schématisation du comportement du consommateur dans le cadre où celui-ci est appelé à exercer ses choix.

12.11 Courbes et surfaces d'indifférence

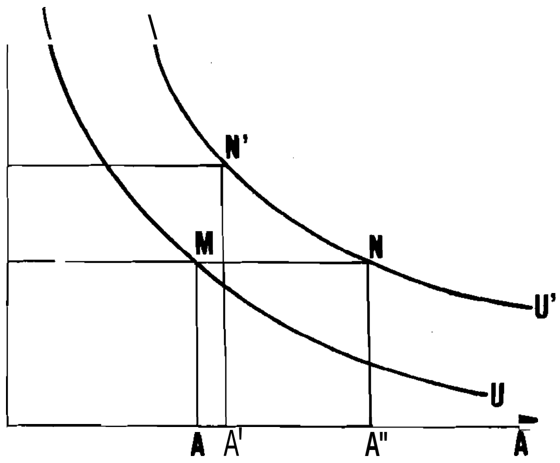
Si l'on désigne par (A), (B), (C) ... les divers biens de consommation finale et par A, B, C .... les niveaux effectifs de consommation de ces divers biens,il résulte de ces consommations un certain niveau de satisfaction pour un consommateur donné. D'autres niveaux de consommation tels A', B', C'... peuvent procurer une satisfaction équivalente du consommateur. Pour un nombre de biens consommables réduit à deux, dans un diagramme à deux dimensions, les points représentatifs de divers ensembles de consommation jugés équivalents, se rassemblent, pour autant que l'on puisse considérer des variations continues des niveaux de consommation, sur une même courbe (U).

De façon générale (sauf saturation des besoins) N (A", B) sera jugé préférable à M (A,B) si A" > A.

L'ensemble des points N' équivalents à N se rassemblent sur une deuxième courbe d'indifférence (U'). (U') et (U) n'ont aucun point commun, le contraire signifierait en effet, que M et N sont équivalents.

Ainsi sur le diagramme A B, on peut tracer un ensemble de courbes d'indifférence, correspondant chacune à un niveau de satisfaction constant et qui est d'autant plus élevé que la courbe est plus éloignée de l'origine.

Dans le cas d'un nombre plus important de biens n, on définit de même un ensemble de "surfaces" d'indifférence, à n-1 dimensions.



12.12 Fonction d'utilité individuelle

On peut maintenant affecter à chacune des surfaces ou courbes d'indifférence un indice croissant avec le niveau de satisfaction. A chaque point représentatif de l'espace des biens consommés, correspondra une surface d'indifférence passant par ce point, et partant, une valeur de l'indice. Celui-ci apparaît donc comme une fonction définie dans l'espace des consommations.

$$S = S\,(A,\ B,\ C\ \ldots.)$$

les surfaces d'indifférence ayant pour équation :

$$S\,(A,\ B,\ C\ \ldots.) = C^{ste}$$

Cette fonction est appelée fonction d'utilité individuelle (ou fonction de satisfaction).

L'indicateur S ainsi défini n'a qu'une signification ordinale ; il n'est défini qu'à une fonction monotone croissante près. La définition d'utilités "cardinales" permettant une véritable mesure des niveaux de satisfaction, nécessite de faire appel à des hypothèses beaucoup plus délicates que celles qui ont été utilisées explicitement ou implicitement et qui sont :

- possibilités de classer les ensembles de consommation, c'est-à-dire étant donné 2 possibilités M et N quelconques, pouvoir dire celle que l'on préfère ou les reconnaître équivalentes.

- transitivité des choix : si M est préféré à N, et N à P, alors M est préféré à P.

- continuité des quantités consommables.

12.13 Propriétés des fonctions d'utilité

a - Les dérivées premières des fonctions d'utilité sont positives, un accroissement de consommation relatif à un seul bien procure un accroissement de satisfaction (en dehors du cas de satiété où la dérivée est nulle).

b - Convexité des courbes ou des surfaces d'indifférence. Cette propriété signifie que, pour un niveau de satisfaction donnée, le rapport

$$\frac{S'_A}{S'_B}$$

est une fonction décroissante de A, c'est-à-dire que l'utilité marginale relative de (A) par rapport à (B) décroit, à niveau de satisfaction constante, lorsque la consommation de (A) s'accroft. Il en est généralement ainsi.

12.2 L'OPTIMUM DU CONSOMMATEUR

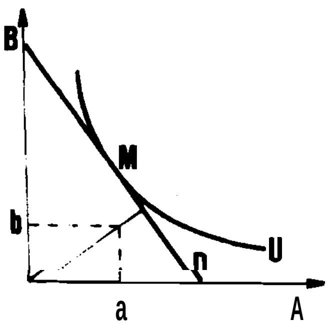
D'après ce qui précède, la psychologie du consommateur est caractérisée par la fonction d'utilité individuelle S. Le consommateur est appelé à exercer ses choix sur des marchés de consommation où les prix unitaires des divers biens sont a, b, c, ..., l'ensemble de ses consommations étant limité par le revenu r dont il dispose.

12.21 Optimisation de l'utilité

Le consommateur doit donc déterminer A, B, C, de sorte que S (A,B,C) soit maximum sous la contraite Aa + bB + cC = r (1)

Il en est ainsi lorsque :

$$\frac{S'_A}{a} = \frac{S'_B}{b} = \frac{S'_C}{c}$$



Les utilités marginales sont, l'optimum, proportionnelles au prix.

Une représentation graphique commode peut être donnée dans le cas de deux biens.

Les consommations possibles sont représentées par des points situés en-dessous de la droite de budget (D) d'équation aA + bB = r

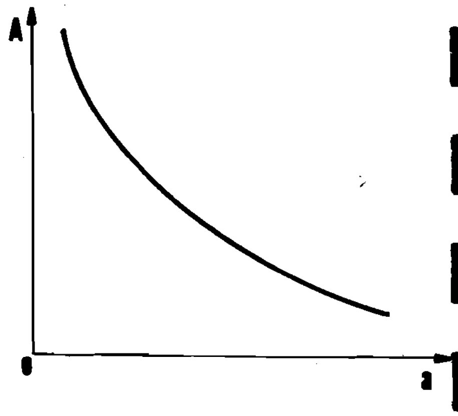
L'utilité maximum est obtenue en M sur la courbe d'indifférence tangente à la droite de budget.

A l'optimum :

$$(3) \qquad \frac{S'_A}{a} = \frac{S'_B}{b} = \frac{S'_C}{c} = \frac{S'_A\,dA + S'_B\,dB + S'_C\,dC}{a\,dA + b\,dB + c\,dC} = \frac{dS}{dr}$$

$\lambda = \frac{dS}{dr}$ est l'accroissement de satisfaction procuré par un revenu supplémentaire d'une unité. On l'appelle l'utilité marginale de la monnaie. Il résulte de ce qui précède que, à l'optimum, la variation d'utilité individuelle résultant de la dépense d'un revenu supplémentaire est la même quand on l'évalue séparément pour chacun des accroissements de consommation auxquels elle donne lieu. Cette variation d'utilité est proportionnelle à la variation de dépense à prix constant, le facteur de proportionnalité étant constitué par l'utilité marginale de la monnaie.

12.22 <u>Demande individuelle</u>



Les relations (2) jointes à l'équation du budget déterminent les consommations A, B, C en fonction des prix a, b, c et du revenu r.

Ainsi A = f(a,b,c,r)

Si b, c, et r sont fixés, la demande A du consommateur varie en fonction du prix a (B et C varient également quand a varie).

Si l'on représente cette variation sur un graphique, on obtient la "courbe de demande du bien A" par le consommateur considéré. Cette courbe est bien entendu fonction des autres prix et du revenu.

12.23 <u>Schématisation des revenus</u> - <u>Prise en compte du travail</u>

Dans tout ce qui précède et bien que cette présentation puisse paraitre quelque peu schématique et brutale, le travail W fourni par l'individu est considéré comme un élément de sa satisfaction et donc, comme une consommation négative - W. Si w est le salaire payé, l'équation de budget s'écrit :

$$aA + bB - wW = r$$

ou encore $$aA + bB = wW + r$$

Cette relation met en évidence le caractère extra salarial du revenu r, l'équation précédente signifiant simplement que la valeur de ce qui est consommé (au sens courant) est égale au revenu total décomposé en deux constituants : salarial et autre.

12.24 <u>Elasticités</u>

Supposons qu'il y ait n biens de consommation repérés par l'indice i (i de 1 à n)

pi le prix du bien i

qi la quantité consommée de i

r le revenu.

On notera :

$$S_i = \frac{\partial S(q_1 \ldots\ldots q_n)}{\partial q_i}$$

Les relations d'optimum s'écrivent ·

$$\frac{S_i}{p_i} = \lambda$$

$$\sum_i p_i \, q_i = r$$

Ces équations déterminent :

$$q_i = q_i \, (p_i \ldots\ldots p_n, r)$$

q_i est la fonction de demande du consommateur intéressé pou le bien i. On remarquera que rien n'est changé si prix e revenu sont multipliés par un même facteur : q_i est donc un fonction homogène de degré 0.

On appelle élasticité de revenu de la consommation du bien

$$\epsilon_i = \frac{r}{q_i} \frac{\delta q_i}{\delta r}$$

Les élasticités de prix sont :

$$\eta_{ij} = \frac{p_j}{q_i} \frac{\delta q_i}{\delta p_j}$$

Parmi celles-ci, on distingue les élasticités directes (1)

$$\eta_{ii} = \frac{p_i}{q_i} \frac{\delta q_i}{\delta p_i}$$

On a donc par définition (2) :

(4)

$$\frac{dq_i}{q_i} = \sum_j \eta_{ij} \frac{dp_i}{pj} + \epsilon_i \frac{dr}{r}$$

Si L'on introduit les coefficients budgétaires (part du reve nu consacré à la consommation du bien i)

$$A_i = \frac{p_i q_i}{r}$$

On peut montrer qu'il existe entre Les élasticités les rela tions suivantes :

(5)

$$\sum_j \eta_{ij} + \epsilon_i = 0 \quad i = 1 \text{ à } n$$

---

(1) La signification concrète des élasticités est fort simple : si par exemple, seul p_i varie de Δp_i, la formule montre que q_i variera de Aq qui est tel que $\frac{\Delta q_i}{q_i} = \eta_{ii} \frac{\Delta p_i}{p_i}$, c'est-à-dire que si le prix augmente de 10 si η_{ii} = - 2 la quantité consommée diminue de 20 %.

(2) Cette relation signifie tout simplement que la variation relative de la con sommation est égale à la somme des variations relatives des prix et du reve nu, pondérées par Les élasticités correspondantes.

(6) $A_j + \sum_i A_i \, \eta_{ij} = 0 \quad j = 1$ à n

(7) $\sum_i A_i \, \epsilon_i = 1$

es relations de cohérence montrent que les élasticités défi-
.es plus haut ne sont pas indépendantes. Il est utile parfois
: les utiliser pour développer toutes les conséquences d'hy-
othèses effectuées sur les élasticités.

?.3 LA DEMANDE COLLECTIVE

12.31 Demande collective

. l'on considère maintenant une collectivité de consommateurs
epérés chacun par un indice k, les relations d'optimisation
ndividuelles déterminent les consommations individuelles en
onction des prix (commun pour tous) et des revenus indivi-
uels. La sommation de ces demandes individuelles, pour un
.en donné, fournit la demande collective :

$$Q_i = \sum_k q_i^k \, (p_i \ldots\ldots p_n, r_k)$$

ette demande collective est donc fonction des prix et de
ous les revenus individuels.

12.32 Elasticités collectives

a définition d'élasticités collectives de prix ne soulève
as de difficultés,

. l'on pose en effet :

$$N_{ij} = \frac{p_j}{Q_i} \frac{\partial Q_i}{\partial p_j}$$

 voit que : $\quad N_{ij} = \frac{1}{Q_i} \sum_k q_i^k \, \eta_{ij}^k$

élasticité collective est égale à la moyenne des élasticités
s individus pondérés par leurs consommations respectives.

. relation de cohérence (6) définie plus haut se transpose
.tégralement.

. définition d'une élasticité collective des revenus est plus
licate. Il est plus commode d'ailleurs pour l'exposé qui
.it de recourir à la notion ordinaire de dérivée partielle
utôt qu'à celle d'élasticité. On a en effet :

$$dQ_i = \sum_j N_{ij} \frac{i}{P_j} \quad dp_j + \sum_k \frac{\partial q_i^k}{\partial r^k} \, dr^k$$

ne peut définir une dérivée partielle de la consommation
obale par rapport au revenu global que si l'on connaît la
çon dont la variation collective de revenu est répartie
tre les divers individus. Soit :

$$dr^k = \omega^k \, dr$$

avec $\sum_k \omega^k = 1$

On a alors :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial r} = \sum_k \frac{\partial p_i^k}{\partial r^k} \omega k$$

Aihsi, la dérivée partielle de la consommation globale par rapport au revenu global est égale à la somme pondérée des dérivées individuelles par la participation marginale de chacun dans la variation du revenu global.

12.33 Demande globale

C'est sous la même réserve que précédemment,que pourront être définies (sur le plan théorique) les fonctions de demande globales.

$$Q_i = Q_i (p_i \ldots\ldots p_n , r)$$

Sur le plan pratique,ces fonctions sont d'ailleurs en général fort difficiles à appréhender. A défaut, on se contente dans la plupart des cas de les assimiler à leur plan tangent, ou bien de déterminer, à l'aide de calculs de corrélation, les coefficients d'une fonction de forme définie à l'avance sur le plan théorique.

Dans ces analyses, les élasticités et les relations établies plus haut fournissent les éléments d'une exploration cohérente des sltuations voisines d'une situation donnée.

13 l'equilibre general et l'optimum de gestion

On a analysé jusqu'ici, sur le plan individuel, les comportements des principales catégories d'agents économiques : producteurs et consommateurs.

Il faut maintenant examiner, dans le cadre d'une économie fermée (1), si tous ces comportements sont compatibles entre eux, ou, en d'autres termes, s'ils peuvent conduire ou non à une situation d'équilibre cohérente.

13.1 L'EQUILIBRE

13.11 Les divers biens

On a jusqu'ici caractérisé les divers biens ou services en jeu dans l'économie par une série d'indices i variant de 1 à n.

Nous allons maintenant établir une première distinction en grandes catégories de biens :

(1) c'est-à-dire, sans échange avec l'extérieur. L'introduction des échanges extérieurs ne modifie pas le caractère des résultats.

- les "richesses naturelles" immédiatement disponibles, mais en quantité limitée, au cours de la période considérée, ainsi, les ressources de l'industrie hydroélectrique ou les sites d'un littoral ;

- les "biens intermédiaires", produits et consommés entièrement à l'intérieur du secteur productif tels les lingots de fonte ou les transports de marchandises ;

- les "biens finaux" destinés à la consommation tels les transports de voyageurs à des fins touristiques.

13.12 Le secteur productif

Il est constitué de p entreprises caractérisées chacune par un indice h ($h = 1 \ldots p$) et par une fonction de production :

$$f^h\,(q_1^h, q_2^h \ldots\ldots q_n^h) = 0$$

Dans un système de prix, considéré comme une donnée sur laquelle il est sans action, l'entrepreneur h est supposé maximiser son revenu, ce qui conduit au système de relations :

$$\frac{f_i^h}{p_i} = \varphi^h \qquad ; \qquad f^h = 0$$

qui déterminent les quantités q_i^h en fonction des prix p_i

$$q_i^h = q_i^h\,(p_1, p_2 \ldots\ldots p_n)$$

La sommation des q_i^h pour l'ensemble des entreprises donne des fonctions

$$q_i = \sum_h q_i^h = q_i\,(p_1, p_2 \ldots\ldots p_n)$$

Toutes ces fonctions sont homogènes et de degré 0.

On peut considérer, pour le bien de i, les divers cas suivants :

- s'il s'agit d'un bien final, q_i est positif et représente l'offre nette du secteur productif.

- s'il s'agit du travail (ou d'une catégorie de travail), q_i est négatif et sa valeur absolue représente la demande de travail du système productif.

- s'il s'agit d'un bien intermédiaire, $q_i = 0$ (ce qui fournit une relation à laquelle doit se conformer le système de prix).

- enfin, dans le cas d'une richesse naturelle (non reproductible) q_i est négatif et sa valeur absolue représente la demande du secteur productif. Cette demande peut être égale (cas de l'énergie hydraulique) ou inférieure (cas du charbon) à la quantité disponible selon que la richesse naturelle considérée n'est pas un bien final ou au contraire l'est aussi.

13.13 La consommation finale

Les divers consommateurs, au nombre de m, caractérisés par un indice k et par une fonction d'utilité $S^k(q_1^k, q_2^k \cdots q_n^k)$ établissent leurs consommations (et leur travail) de façon que

$$\frac{S_i^k}{p_i} = \lambda^k$$
$$\sum_i p_i q_i = r^k$$

ce qui conduit aux demandes individuelles

$$q_i^k = q_i^k(p_1, p_2, \ldots\ldots p_n, r^k)$$

et aux demandes globales obtenues par sommation.

13.14 La compatibilité des flux de biens

Si l'on note q_i°, la quantité de richesse naturelle (i) disponible, l'ajustement des flux de production et de consommation sera obtenu s'il existe un système de prix p_i et une répartition des revenus r_k, tels que :

$$(1) \qquad \sum_k^m q_i^k = q_i + q_i^\circ \quad (i = 1,2\ldots\ldots n)$$

(si le bien i n'est pas une richesse naturelle $q_i^\circ = 0$ et pour un bien intermédiaire l'équation (1) se réduit à $q_i = 0$).

Il y a donc n équations (1) d'équilibre des flux comportant n + m variables homogènes : n prix p_i et m revenus r_k.

On voit que si l'on détermine la répartition des revenus, c'est-à-dire m - 1 paramètres, et le niveau général des prix (en fixant l'un d'entre eux par exemple), il subsiste un système de n équations à n inconnues déterminant les autres prix et le revenu global.

1'.15 L'origine des revenus

La sommation, membre à membre des Bquations de budget individuelles donne :

$$\sum_k r^k = \sum_k \left(\sum_i p_i q_i^k\right) = \sum_i p_i \left(\sum_k q_i^k\right) = \sum_i p_i (q_i + q_i^\circ)$$

et comme $q_i = \sum_h q_i^h$ il vient

$$(2) \qquad \sum_k r_k = \sum_h \left(\sum_i p_i q_i^h\right) + \sum_i p_i q_i^\circ$$

or $\sum_i p_i q_i^h$ représente le bénéfice b^h de l'entreprise h

$p_i q_i^\circ$ représente le produit entraîné par la vente des richesses naturelles (i).

Ainsi, <u>le revenu global</u> (<u>autre que celui procuré par le travail</u>) <u>peut se décomposer en deux termes</u> : <u>les revenus procurés par</u> la propriété des entreprises ou revenus mobiliers, et les revenus procurés par la propriété des richesses naturelles ou revenus fonciers.

Si l'on désigne par a^{kh} la part de propriété de l'entreprise h appartenant à l'individu k et par β^{ki} la part des revenus fonciers attachés à la richesse naturelle i, qui va à l'individu k, on a, bien évidemment :

$$\sum_k \alpha^{kh} = 1 \sum_k \beta^{ki} = 1$$

Le revenu (autre que salarial .de l'individu k est égal à

(3) $$r^k = \alpha^{kh} b^h + \beta^{ki} p_i q_i^\circ$$

et l'équilibre du flux des valeurs est assuré.

13.16 L'équilibre général

En définissant les "droits" de propiréte α^{kh} et β^{ki} , on ajoute au système des n équations (1) m équations des revenus r^k, mais l'ensemble ne forme qu'un système de n + m-1 relations indépendantes puisque la somme membre à membre des m équations de revenus est identique à la somme des n équations (1) multipliés préalablement par pi.

On se trouve donc en face d'un système de m + n-1 équations à n + m variables homogènes. Ce système détermine donc les n prix et les m revenus à un facteur de proportionnalité près (niveau général du prix).

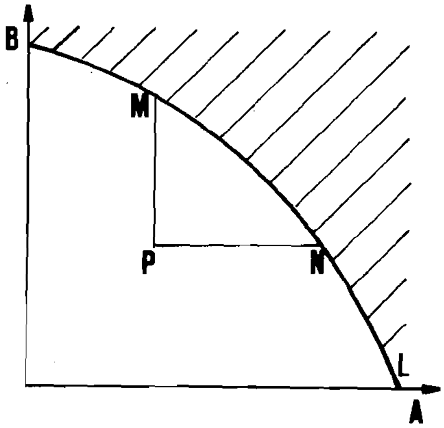
Les développements précédents mettent en évidence l'interaction profonde des divers schémas de l'économie et l'impossibilité de modifier un prix donné,parfois avec les meilleures intentions du monde, sans entraîner toute une suite de répercussions imprévisibles au départ, celles-ci entraînant à leur tour, des mesures "correctrices" dont l'enchaînement peut finalement conduire l'économie à un imbroglio de mesures dont on ne saisit plus très bien la nécessité, la signification, ni même la portée.

13.2 L'OPTIMUM DE GESTION

13.21 L'optimum de production

On s'intéresse ici au secteur productif d'une économie constituée par p entreprises (caractérisées par leurs contraintes de production $f^h = 0$) et disposant de ressources naturelles en quantité limitée.

Tout fonctionnement de ce système productif se traduira par des flux de biens de consommation finale, mis à la disposition des consommateurs. On qualifiera d'optimum l'état du système productif lorsqu'il est impossible, à partir de cet état, par une modification du fonctionnement du système compatible avec les fonctions de production et la limitation des ressources, d'accroître la production de l'un quelconque des biens finaux, sans être parallèlement obligé de diminuer la production d'un autre bien.



Ainsi, sur le diagramme ci-contre, tracé dans l'espace des biens finaux (A) et (B) M et N sont des points représentatifs d'états optimum. L'ensemble des points tels que M et N constitue une frontière (L) qui sépare le domaine. du possible du domaine de l'impossible (hachuré).

Le point P par contre n'est pas optimum, car à partir de P on peut accroftre A sans modifier B et réciproquement, soit encore accroftre simultanément A et B.

On se propose de chercher <u>quelles conditions doit remplir la gestion du système productif pour que l'on soit dans un état optimum.</u> Le problème se ramène, dans le système où les q_i^h sont les inconnues liées par les relations :

$$(\varphi^h) \quad f^h(q_1^h, q_2^h \ldots\ldots q_n^h) = 0 \qquad h = 1,2\ldots\ldots p$$

$$(\mu_i) \quad \sum_h q_i^h + q_i^\circ - q_i = 0 \qquad i = 1\ 2\ldots\ldots n$$

à exprimer les conditions pour que, si l'on fixe toutes les valeurs des q_i sauf une, q_1, q_1 soit maximum.

Il s'agit d'un problème de maximum lié, que l'on traite en utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange, c'est-à-dire en cherchant le maximum de la fonction :

$$\mu_1 \left(\sum_h q_1^h + q_1^\circ\right) + \sum_{i\neq 1} \mu_i \left(\sum_h q^h + q_i^\circ - q_i\right) + \sum_h \varphi_h f^h (q_i^h) = 0$$

μ_i $(i\neq 1)$ étant le multiplicateur de Lagrange de la relation (μ_i)

φ^h celui de la relation (φ^h)

On obtient ainsi, en dérivant cette fonction par rapport aux q_i^h

$$\varphi^h f_i^h + \mu_i = 0 \qquad \begin{matrix}(h = 1,2\ldots\ldots p)\\(i = 1,2\ldots\ldots n)\end{matrix}$$

Relations qui peuvent se mettre sous la forme :

$$(4) \qquad \frac{f_i^h}{\mu_i} = \frac{f_j^h}{\mu_j} = -\frac{1}{\varphi h} \qquad \begin{matrix}h\\i\end{matrix} \equiv \begin{matrix}1\ldots\ldots p\\1\ldots\ldots n\end{matrix}$$

Ce résultat peut s'exprimer en disant qu'à l'optimum, les dérivées des fonctions de production doivent être proportionnelles à un système de coefficients identiques pour toutes les entreprises.

On remarque que, s'il existe dans l'économie un système de prix considérés comme des données par des chefs d'entreprises maximisant leur bénéfice, l'ensemble de ces comportements conduit précisément à des relations de gestion du secteur productif identiques aux relations (4) donc à une situation optimum du secteur productif.

Les résultats précédents donnent ainsi une valeur normative à la "maximation à prix constants" et à la "vente au coût marginal" puisqu'il est mis en évidence que les pratiques monopolistiques tenant compte des "effets des prix" aboutissent à des situations non optimales, entraînant un certain "gaspillage" de moyens.

13.22 L'optimum de distribution

Si l'on suppose maintenant que l'on dispose des quantités q_1, q_2 ... q_n de biens consommables, une certaine façon de répartir ces biens entre les mêmes individus composant une collectivité de consommateurs se traduira par des niveaux de satisfaction S_1, S_2 ... S_k ... S_m pour les individus.

Là encore, on qualifiera d'optimum une distribution à partir de laquelle il est impossible de trouver une modification des quantités distribuées permettant d'améliorer la satisfaction d'un individu sans diminuer celle d'au moins un autre.

Dans l'espace des utilités individuelles, à m dimensions, il existe une frontière séparant les zones d'états possibles et les zones d'états impossibles, et il est intéressant de rechercher les conditions à remplir pour être sur la frontière.

Le problème consiste ici à chercher quelles conditions doivent remplir les quantités q_i^k liées par les relations :

$$(\mu_i) \quad \sum_k q_i^k - q_i = 0 \qquad (i = 1,2......n)$$

pour que soit maximum l'utilité :

$$S^1 \quad (q_1^1 \, q_2^1 \, ...q_n^1)$$

toutes les autres utilités étant fixées :

$$(-\frac{1}{\lambda^k}) \; S^k \quad (q_1^k......q_n^k) - S^k = 0 \qquad (k \neq 1)$$

Le problème revient à maximiser la "fonction de Lagrange"

$$-\frac{1}{\lambda^1} \; S^1 \; (q_i^1) \; - \sum_{k \neq 1} \frac{1}{\lambda^k} \left[S^k \; (q_i^k) - S^k \right] \; + \sum_i \mu_i \left(\sum_k q_i^k - q_i \right)$$

Les conditions du premier ordre s'écrivent (dérivées par rapport à q_i^k)

$$\mu_i - \frac{S_i^k}{\lambda^k} = 0 \qquad \begin{matrix} i = 1......n \\ k = 1......n \end{matrix}$$

Soit encore :

$$\frac{S_i^k}{\mu_i} = \frac{S_j^k}{\mu_j} = ...(= \lambda^k)$$

La distribution doit être telle que les utilités marginales de chaque individu soient proportionnelles à un système de coefficients identiques pour tous les individus.

Ces conditions sont en particulier remplies si la distribution se fait par le relais du marché de consommation où les consommateurs déterminent leurs achats en fonction d'un système de prix unique pour tous.

Ainsi, Les réductions de prix (tarifs voyageurs de chemin de fer) accordées à certains consommateurs où les avantages en nature accordés par des entreprises à leur personnel, affectent l'optimum de distribution en détruisant l'unicité des prix.

13.23 L'optimum global

On suppose connues :

- les richesses naturelles disponibles
- les techniques de production ($f^h = 0$)
- les psychologies (fonctions d'utilité individuelles) des consommateurs.

On donnera de l'optimum une définition tout à fait analogue à celle de l'optimum de distribution (la différence étant qu'ici un remaniement du système productif permet de modifier les quantités à distribuer).

Les variables du problème q_i^h, q_i^k sont liées par les relations

$$\varphi h, \quad f^h (q_i^h) = 0$$

$$\mu i, \quad \sum_k q_i^k - \sum_h q_i^h - q_i^\circ = 0$$

$$\left(-\frac{1}{\lambda^k}\right), \quad S^k (q_i^k) - S^k = 0$$

où les q_i° sont données ainsi que les niveaux S^k d'utilité ($k \neq 1$), sauf S^1 que l'on cherche à maximiser.

Les conditions de ler ordre s'écrivent :

$$S_i^k = \lambda^k \mu_i$$

$$\varphi^h f_i^h = \mu_i$$

Il vient en éliminant les p^h et les λ^k:

$$\frac{S_i^k}{\mu i} = \frac{S_j^k}{\mu j} = \ldots\ldots (= \lambda^k) \qquad \begin{array}{l} i,j = 1,2\ldots\ldots n \\ k = 1,2\ldots\ldots m \end{array}$$

$$\frac{f_i^h}{\mu i} = \frac{f_j^h}{\mu j} = \ldots\ldots (= \frac{1}{\varphi h}) \qquad \begin{array}{l} i,j = 1,2\ldots\ldots n \\ k = 1,2\ldots\ldots p \end{array}$$

On retrouve donc ici les conditions de l'optimum de distribution et celle de l'optimum de production, mais on met en évidence de plus que le système des "prix" à la consommation, doit être proportionnel au système de prix à la production. Cette proportionnalité doit d'ailleurs, en l'absence d'Etat, se réduire à une égalité permettant l'égalisation des flux en valeur.

On saisit ici clairement que toutes les pratiques consistant à encourager certaines productions en subventionnant les producteurs ou les consommateurs (à des fins redistributrices de revenus notamment) ou, au contraire, à freiner par des contingents ou par une taxation abusive d'autres consommations (sous le prétexte fallacieux qu'elles constituent une excellente "assiette" fiscale) sont de nature à écarter l'économie de son état optimum et ceci de façon d'autant plus fâcheuse que généralement les gaspillages ainsi engendrés sont difficilement décelables par des esprits non avertis.

Dans ces divers cas, des systèmes forfaitaires d'allocation ou de taxation, bien que parfois difficiles à mettre en oeuvre, laissant intact le système de prix, seront toujours à préférer.

13.24 Conclusion : Optimum économique et optimum social

Le concept de l'optimum qui vient d'être développé aboutit à un certain nombre de critères auxquels doit se conformer le fonctionnement d'une économie à l'optimum : on pourra constater qu'une définition peu ambitieuse a priori du caractère optimal entraîne toute une série'de conséquences relativement contraignantes. Il faut remarquer cependant, que malgré le caractère superlatif du terme optimum, on ne définit par un état privilégié supérieur à tous les autres, mais un ensemble d'états qui diffèrent entre eux par la distribution de la propriété des biens fonciers et immobiliers, c'est-à-dire des revenus y afférents.

La gestion concrète d'une économie donnée pourra cependant poser des problèmes de distribution des revenus et d'arbitrage entre les satisfactions individuelles, volontairement ignorées par le modèle exposé.

Il est donc naturel de chercher à distinguer parmi les divers états optimum considérés jusqu'à présent un état jugé socialement préférable, du point de vue de la collectivité. On verra dans la suite comment aborder ce problème.

II . prise en compte de l'aspect temporel

21 les arbitrages individuels dans le temps

21 LES ARBITRAGES INDIVIDUELS DANS LE TEMPS

- La vie économique se déroule dans le temps et les comportements des agents économiques dans le présent sont influencés par le souci de l'avenir. Une façon simple d'en tenir compte est d'admettre que la satisfaction d'un individu ne dépend pas seulement de ses consommations présentes, mais également de l'ensemble de ses consommations futures. La satisfaction d'un individu apparaît comme une fonction du type :

$$S = S(Q_1, Q_2 \ldots\ldots Q_t \ldots)$$

où Q_t représente la consommation de l'individu à l'époque t.

Par souci de simplicité,on peut considérer que laconsommation ne porte que sur un bien : s'il y a plusieurs biens Q_t représente l'ensemble des variables caractérisant chacun d'eux.

Pendant une période, la première par exemple, l'individü détermine sa consommation en rendant maximum sa satisfaction, compte tenu du revenu r_o dont il dispose et du (ou des) prix P_1 auxquels il peut acquérir les biens qu'il consomme. Son degré de satisfaction, pour un système de prix donné, devient une fonction du seul revenu. L'individu peut, par ailleurs, pour chacune des autres périodes t déterminer sa consommation en rendant maximum sa satisfaction compte tenu de son revenu de l'époque t et du système de prix P_t en vigueur.

Avec un tel comportement du consommateur, la fonction de satisfaction devient une fonction des revenus de chaque époque:

$$S = S(r_o, r_1 \ldots\ldots r_t \ldots)$$

Mais ce comportement ne peut être que celui d'un consommateur imprévoyant qui chaque année, peut-être par suite de l'insuffisance de ses ressources, consomme la totalité de ses revenus. Dans la réalité, la majorité des consommateurs préfè-e moduler la consommation de façon plus souple, soit en épargnant une part des revenus de 1' année pour en différer la consommation, soit au contraire en anticipant la consommation des revenus futurs par l'emprunt. En admettant qu'il n'y ait pas de risque d'insolvabilité,on appellera i_t le taux annuel d'intérêt des prêts exigibles dans t années : l'individu qui emprunte 1 F aujourd'hui devra rembourser $(1+K_t = (1+i_1)\ldots(1+i_t))$ dans t années.

Suivant la forme de la fonction de satisfaction ; l'individu peut avoir intérêt à "transférer" à l'année t, c'est-à-dire épargner une partie de son revenu de la première année. Il reportera à l'année t une partie de son revenu r_1 jusqu'à ce que le franc marginal transféré, qui l'année 1 réduit sa satisfaction de :

$$\frac{\partial S}{\partial r_o} \times 1,$$

lui procure l'année t un supplément de satisfaction égal : mais ce franc épargné aura pu être prêté et il lui sera remboursé à l'époque t, $1 + K_t$ Francs.

Il est donc susceptible, l'année t, de procurer un supplément de satisfaction égal à :

$$\frac{\partial S}{\partial r_t} (1 + K_t)$$

Ainsi le niveau de l'épargne faite la première année déterminée par comparaison avec la consommation de l'année t, est tel que :

$$\frac{\partial S}{\partial r_o} = \frac{\partial S}{\partial r_t} (1 + K_t)$$

D'une façon générale, l'individu déterminera son niveau annuel d'épargne de telle façon que :

(12.1) $$\frac{\partial S}{\partial r_o} = \frac{\partial S}{\partial r_1} (1 + K_1) = \ldots\ldots = \frac{\partial S}{\partial r_t} (1 + K_t)$$

On notera que ces relations sont aussi celles quel'on obtient en rendant le maximum S sous la condition :

$$R_o = r_o + \frac{r_1}{1 + K_1} + \frac{r_2}{1 + K_2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{r_t}{1 + K_t} + \ldots\ldots = C^{te}$$

Tout se passe comme s'il existait à travers les années une contrainte budgétaire d'ensemble s'exerçant sur les revenus de chaque année préalablement ramenés à leur "équivalent" de l'année zéro par multiplication par les "facteurs d'actualisation" $\frac{1}{1 + K_t}$

Le facteur d'actualisation $P_t = \frac{1}{(1 + K_t)}$ joue le rôle d'un prix : c'est le prix aujourd'hui d'un franc dans t année.

Les équations (12.1) expriment que les satisfactions marginales ou utilités marginales de la monnaie sont proportionnelles au prix. Ainsi si les taux d'intérêt sont les mêmes pour tous les consommateurs, les particuliers partagent leurs revenus entre consommation et épargne de telle manière que les utilités marginales de la monnaie soient, pour chaque époque, dans le même rapport quel que soit l'individu :

$$\frac{S_t}{S_o} = P_t = \frac{1}{1 + K_t} \qquad \text{avec} \quad S_t = \frac{\partial S}{\partial r_t}$$

- De ce comportement résulte chaque année et pour chaque individu, une épargne e^k (positive ou négative). La somme des épargnes individuelles &finit l'épargne collective $\sum_k e^k$ chaque année.

Mais à cette épargne spontanée des individus s'ajoute une épargne forcée que la Puissance Publique juge bon de prélever par voie fiscale soit e^E. Ainsi les revenus distribués et non dépensés pendant l'année valent :

$$e = \sum_k e^k + e^E$$

Mais il y a aussi un équilibre chaque année entre les flux de valeurs produites et consommées (voir 13). La part de biens correspondant à l'épargne et qui n'est donc pas consommée par les individus, est celle qui est "investie" : il y a donc une correspondance directe entre l'épargne et l'investissement. Cette correspondance qui suppose des arbitrages entre plusieurs années implique une certaine suite d'intérêt il, i_2... i_t (1) afférents aux échéances successives. L'expérience montre que lorsque les taux d'intérêts s'élèvent, l'épargne des particuliers augmente. Pour un niveau des taux d'intérêt, elle est déterminée, donc à l'épargne forcée près, le niveau des investissements aussi. Nous avons vu ici, comment l'épargne pouvait naftre. Nous allons voir ci-dessous comment elle peut être utilisée, c'est-à-dire investie.

- Mais auparavant,il convient de faire quelques remarques sur la schématisation précédente des arbitrages intertemporels, que font les consommateurs. L'expérience montre d'abord que les taux d'intérêt sont positifs c'est-à-dire que pour tout le monde, au moins à la marge, l'utilité marginale de la monnaie apparaît d'autant plus faible que l'échéance est plus lointaine.La réserve "au moins à la marge" est importante car la plupart des individus épargnent mais à mesure que leur Cpargne augmente, l'utilité marginale de la monnaie dans le présent augmente et finit par dépasser l'utilité marginale dans le futur.

Il convient de noter, par ailleurs, que les taux d'intérêt en pratique contiennent une part de couverture du risque d'insolvabilité ou de dépréciation de la monnaie, ce qui s'ajoute à la valeur du taux "d'intérêt pur" retenu ici. En fait, ces circonstances variées se traduisent par des taux multiples auxquels les individus sont soumis suivant la nature du prêt (indépendamment de la date de l'échéance).

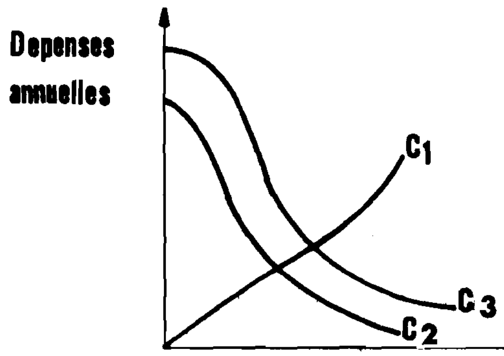
Enfin,l'individu peut utiliser son épargne non pas en prêtant (ou en acquérant des titres à revenus fixes),mais en achetant des parts de propriété sur la richesse mobilière ou foncière, des actions notamment, dont le revenu qu'il en tirera conserve un caractère aléatoire, mais à l'équilibre, et en probabilité les deux formes d'utilisation de l'épargne devraient être équivalentessi bien que la schématisation par le taux i_t peut conserver un sens même dans ce cas.

---

(1) L'hypothèse du taux annuel constant peut être faite par souci de simplification sans changer le contenu des raisonnements.

22 les comportements de l entreprise;actualisation

22.1 Comme les consommateurs, les entrepreneurs ont à prendre des décisions dont les effets s'étendent sur une longue période,contexte que ne décrit pas la schématisation présentée en 11. Soit par exemple une entreprise artisanale de transport routier dont le camion usagé peut assurer le service prévu pendant les prochaines années avec des dépenses annuelles d'entretien élevées (courbe C_1) : l'artisan se demande s'il doit acquérir un véhicule neuf pour lequel l'échéancier des dépenses d'acquisition et de fonctionnement est représenté Dar la courbe C_2.



Il faut observer d'abord que s'il se posait la question de savoir lequel des deux modèles neufs (courbes C_2 et C_3) il doit retenir, la solution qui serait évidente : c'est C_2 cas dans lequel chaque année les dépenses sont inférieures à celles de Cg.

Mais entre C_1 et C_2 on ne peut choisir d'après ce critère car C_2 coûte plus cher la première année mais est plus économique ensuite. L'entrepreneur pourrait se décider pour la formule dont la courbe enferme la plus petite surface avec l'axe des abcisses, c'est-à-dire pour la formule qui conduit au total minimum des dépenses pendant toute la durée à préciser de l'exploitation.Mais œ critère n'est pas très satisfaisant, car il revient à dire que pour l'entrepreneur,un franc dépense dans IO ans a la même importance qu'un franc qui le serait tout de suite, ce que contredit le comportement courant. Par ailleurs, on ne peut pas négliger la possibilité, si réduite soit-elle, pour l'entrepreneur de faire appel au marche des capitaux : pour lui l'emprunt, s'il y a recourt, est un moyen d'arbitrer entre plus de dépenses tout de suite et moins plus tard. Or cette équivalence entre l'année t et l'année o est le coefficient.

$$P_t = \frac{1}{(1 + i)^t}$$

si i est le taux moyen d'intérêt. Pour économiser 1 F dans t année, on peut dépenser tout de suite non pas 1 F mais

$$P_t = \frac{1}{(1 + i)^t} F$$

par exemple :

1 F dans 10 ans,avec un taux i = 5 % vaut 0,614 F aujourd'hui
avec un taux i = 10 % vaut 0,386 F aujourdhui.

Avec cette convention, l'entrepreneur a la possibilité d'exprimer en franc de l'année zéro (bien noter que cette expression est étrangère à toute notion de dépréciation monétaire) la valeur du total des dépenses qu'entraîne chacune des solutions entre lesquelles il doit choisir.

$\frac{1}{(1+i)^{t_1-t_o}}$ est le coefficient d'actualisation pour le taux i entre les années t_1 et t_o.

Par exemple, le total des valeurs actualisées à l'année o de sommes S qui apparaissent chaque année vaut :

$$T = S + \frac{S}{1+i} + \frac{S}{(1+i)^2} + \frac{S}{(1+i)^3} + \ldots\ldots = \frac{S}{1 - \frac{1}{1+i}}$$

(somme d'une progression géométrique) soit encore :

$$T = \frac{1+i}{i} S \quad \text{ou} \quad T \approx \frac{S}{i}$$

Ce résultat est souvent utile pour préciser un ordre de grandeur : par exemple, un revenu annuel constant de 1.000 F est équivalent (pour un taux d'actualisation de 5 %) à un capital de :

$$\frac{1000}{0{,}05} = 20.000 \text{ F}$$

b. Si l'on note $\bar{S}_{t_o}^{t_1}$ la valeur actualisée de S de l'année t_1 à l'année t_o; $P_{t_o}^{t_1}$ le coefficient d'actualisation entre t_1 et t_o, on voit tout de suite que :

$$\bar{S}_{t_o}^{t_1} = \frac{S}{(1+i)^{t_1-t_o}} = \frac{1}{(1+i)^{t_2-t_o}} \quad \frac{S}{(1+i)^{t_1-t_2}}$$

soit : $$\bar{S}_{t_o}^{t_1} = P_{t_o}^{t_2} \; \bar{S}_{t_2}^{t_1}$$

L'actualisation est une opération facile à pratiquer; on peut actualiser par rapport à une année intermédiaire pour simplifier les calculs puis revenir ensuite à l'année de base : soit à calculer qu'elle est la valeur actuelle d'une propriété qui rapportera 100.000 F par an à partir de la 5ème année (taux d'actualisation IO %).

Valeur de la propriété, la première année de production :

$$\frac{100.000}{0{,}1} = 1.000.000 \text{ F}$$

Valeur l'année o : $\frac{1}{(1+0{,}1)^5}\ 1.000.000 = \frac{\quad}{1{,}61} = 621.000\text{F}$

La facilité avec laquelle on peut passer de la valeur actualisée à une année à la valeur actualisée à une autre année, fait qu'on néglige souvent de préciser l'année d'actualisation. Cela n'a pas d'importance aussi longtemps que l'on compare des valeurs actualisées à la même année.

22.3 LA NOTION D'ACTUALISATION PERMET DE PRECISER, EN LE COMPLETAN', LE SCHEMA DU COMPORTEMENT DU PRODUCTEUR (INTRODUIT EN 11). RAPPELONS QUE LE PRODUCTEUR DETERMINE LE NIVEAU DE SON ACTIVITE :

- En chassant d'abord tout gaspillage de son entreprise (consommation minimum de chaque facteur de production, les autres

A un échéancier de dépenses annuelles (d_o , d_1 , d_2 ,. d_n) il fait correspondre un nombre qui est la "valeur actualisée" à l'année o de l'échéancier des dépenses et qui vaut (1) :

$$\bar{D} = d_o + \frac{d_1}{1+i} + \frac{d_2}{(1+i)^2} + \dots\dots\dots + \frac{d_n}{(1+i)^n}$$

L'entrepreneur a ainsi la possibilité de choisir la solution qui correspond à la dépense totale actualisée minimum. Le mécanisme de l'actualisation permet ainsi d'ordonner complètement l'ensemble des solutions techniques possibles. Il est clair en effet qu'il permet de séparer des solutions comme C_1 et C_2 et que pour C_2 et C_3, il donne le même résultat que le simple bon sens.

22.2 L'ACTUALISATION EST UNE OPERATION D'USAGE TRES COURANT DANS LA PRATIQUE ECONOMIQUE. IL EST BON DE S'Y ARRETER UN INSTANT.

a - Sa définition est simple : la valeur actualisée à l'année t_o d'une somme S de l'année t_1 est pour un taux d'actualisation i :

$$\bar{S} = \frac{S}{(1+i)^{t_1 - t_o}}$$

(1) Il est souvent commode de considérer que la suite de dépenses d_o, d_1, ..d_n est, en fait, une fonction d(t) qui représente le montant de d pendant l'unité de temps à l'époque t.L'expression par une fonction continue de la loi de dépense demande une adaptation des coefficients d'actualisation tels qu'ils sont présentés ici.

Si un franc dans un an vaut $\frac{1}{1+i}$ F aujourd'hui, c'est-à-diresipour moi (1+i) F dans un an sont équivalents à 1 F aujourd'hui, je peux penser, en considérant l'année comme 2 périodes de 6 mois que 1 F aujourd'hui font pour moi :

$$(1 + \frac{i}{2})^2 \text{ F dans un an}$$

Si je divise l'année en p périodes : 1 F aujourd'hui vaut :

$$(1 + \frac{i}{p})^p \text{F dans un an}$$

soit pour p infini : $(1 + \frac{i}{p})^p \qquad e^i$

De même si je poursuis le même raisonnement sur t années

$$(1 + \frac{i}{p})^{pt} \longrightarrow e^{it}$$

La valeur actualisée à l'année t_o d'une fonction continue d (t) est ainsi :

$$e^{-j(t-t_o)}\, d(t)$$

En toute rigueur, j est différent de i et est tel que : $e^j = 1 + i$ ou $j = L(1+i)$
Ainsi la valeur actualisée totale de 0 à l'infini d'une fonction constante est l'intégrale :

$$\int_0^\infty S e^{-jt}\, dt = \frac{S}{j}$$

étant fixés pour un niveau de production donné ;

- en choisissant la combinaison de facteurs qui minimise la dépense de production pour un système de prix donné ;

- en fixant ensuite la production au niveau qui rend maximum le bénéfice de l'entreprise.

Lorsque la production engage des dépenses qui s'étendent sur plusieurs années, le schéma précédent se généralise facilement. Montrons-le sur l'exemple d'une entreprise de transport routier.

Supposons d'abord qu'elle doive assurerun volume de transport annuel de q_t l'année t, c'est-à-dire qu'elle doive assurer un "programme de production".

$$Q = (q_1, q_2, \ldots\ldots q_t \ldots\ldots q_n)$$

Il existe plusieurs manières (types de véhicules) d'assurer cette production : chacun correspond à un échéancier de dépenses

$$d_o, d_1, d_2, \ldots\ldots d_t \ldots\ldots d_n$$

que l'on représente par D (vecteur)

$$D = (d_o, d_1, d_2 \ldots\ldots d_t \ldots\ldots d_N)$$

dont la valeur actualisée est

$$\bar{D} = d_o + \frac{d_1}{(1+i)^t} + \ldots\ldots + \frac{d_N}{(1+i)^N}$$

L'entreprise choisit la solution qui conduit à la dépense actualisée minimum pour la production à assurer. Soit $\bar{D}$ (Q) ce minimum.

Chaque année, le transport de q_t procurera des recettes r_t dont la valeur actualisée est R fonction de Q

$$\bar{R} = R\,(Q)$$

Chaque-année apparaît un bénéfice b_t dont la somme actualisée est : B (Q) = $\bar{R}$ (Q) - $\bar{D}$ (Q)

L'entreprise choisit son programme de transport en rendant maximum le bénéfice actualisé.

Ainsi, la généralisation du comportement du producteur est toute naturelle. Lorsque la décision a des conséquences qui s'étendent sur plusieurs années, ce qui est toujours le cas lorsqu'il s'agit d'une décision d'investissement, la méthode de décision est la suivante : il faut. dresser <u>le bilan actualisé</u> de l'opération (recenser chaque année dépense et recettes), calculer <u>le bénéfice actualisé</u> de l'opération, retenir la variante qui maximise le bénéfice actualisé, et y donner suite si, et seulement, si <u>ce maximum est positif</u>.

Les conditions du premier ordre de ce maximum s'écrivent de façon symbolique :

$$\frac{\delta \bar{R}(Q)}{\delta Q} = \frac{\delta \bar{D}(Q)}{\delta Q}$$

Lorsque le bénéfice est maximum, la recette actualisée marginale est égale au coût actualisé **marginal,vis-à-vis** successivement de chaque production annuelle.

En particulier, si les prix sont des données : on observe :

$$\frac{\partial \bar{R}(Q)}{\partial q_t} - \frac{P_t}{(1+i)^t} = \frac{\partial \bar{D}(Q)}{\partial q_t}$$

Ainsi, en remplaçant la quantité Q du chapitre 11 par un vecteur Q dont les composantes décrivent le **programme** de production **jusqu'à** un horizon N, ainsi que les dépenses et recettes D et R, par des dépenses et recettes actualisées, les résultats établis antérieurement subsistent.

23 le choix des investissements

a. Taux de rentabilité

Un investissement est un échange entre une dépense **immédiate** I_o et les bénéfices annuels b_t qu'il procure ultérieurement.

Appelons $\bar{B}$ (i) le bénéfice total actualisé de l'investissement :

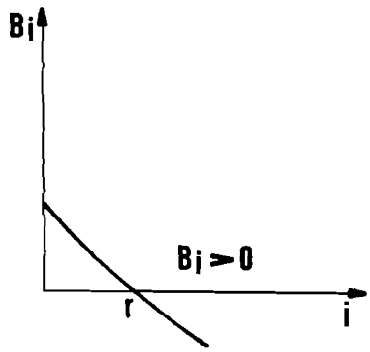
$$\bar{B}(i) = -I_o + \sum_{1}^{N} \frac{b_t}{(1+i)^t}$$

Le taux de rentabilité r de l'investissement est la valeur du taux d'actualisation qui annule le bénéfice actualisé

$$B(r) = 0$$

C'est donc la valeur du taux d'actualisation qui fait de l'investissement une opération blanche où les bénéfices en valeur actualisée équilibrent juste les dépenses d'équipement.

Le taux de rentabilité existe toujours car pour les grandes valeurs de i, $\bar{B}$ (i) devient négatif (seul le présent compte et B (i) tend vers - I_o) alors qu'il est certainement positif pour les faibles valeurs de i (CI la limite lorsque i tend vers -1). **En pratique,toutefois,** la question de rentabilité ne se pose pour un investissement que s'il est susceptible de produire des bénéfices dont la somme (non actualisée est supérieure ou égale à l'investissement initial I_o, si bien que l'on peut dire que B (O) $\geqslant$ O et que le taux de **rentabilité** existe et est positif.



La forme de la courbe $\bar{B}$ (i) montre que si un investissement doit être fait d'après le **critère** du bénéfice **actualisé,c'est**-CI-dire :

- $\bar{B}$ (i) est maximum
- $\bar{B}$(i) est positif

Le taux de rentabilité de l'investissement est supérieur au taux d'actualisation.

marginale ne présente pas un grand intérêt. Mais la propriété suivante lui donne toute sa valeur.

Si le <u>bénéfice actualisé $\bar{B}(i)$</u> est maximum toutes les variations $d\bar{B}(i)$ sont nulles au premier ordre, <u>donc tous les taux de rentabilité marginale sont égaux au taux d'actualisation et réciproquement</u>.

Cette propriété est en pratique très utile car elle permet de "perfectionner" un programme. d'investissement. Souvent, en effet, le calcul complet du bénéfice actualise est fait pour une ou plusieurs variantes retenues comme devant être parmi les meilleures.Mais le choix fait entre ces diverses solutions, il reste à préciser dans le détail la nature de chaque équipement. 11 est très utile alors de chercher la rentabilité marginale correspondante et de prendre la décision au vu de la valeur trouvée sans refaire dans chacun des cas le calcul complet.

Une application classique de la propriété précédente est <u>la determination de la date optimum</u> de réalisation d'un investissement dont les bénéfices annuels vont en croissant avec le temps (c'est le cas par exemple d'un bac ou d'un ouvrage fixe à péage emprunte par un trafic qui se développe).

La date optimum est celle pour laquelle l'opération qui consiste à ne pas reculer d'un an la construction d'un équipement est une opération blanche : ne pas reculer d'un an à l'époque t c'est gagner b_t,mais c'est perdre les intérêts sur l'investissement soit iI. La date optimum de construction est celle pour laquelle : $b_t = iI$

On appelle parfois <u>taux de rentabilite immédiate d'un investissement</u>, le quotient $\frac{b_t}{I}$ du bénéfice de la première année par le montant de l'investissement.

C'est approximativement le taux de rentabilité marginale de la décision qui consiste à ne pas repousser à l'année 1 l'investissement qui va être fait à l'année o.

<u>Si le taux de rentabilité immédiate est inférieur au taux d'actualisation, l'investissement envisage est fait trop t8t ; s'il est supérieur, l'investissement doit être fait, mais il aurait été préférable de le réaliser plus tôt</u>.

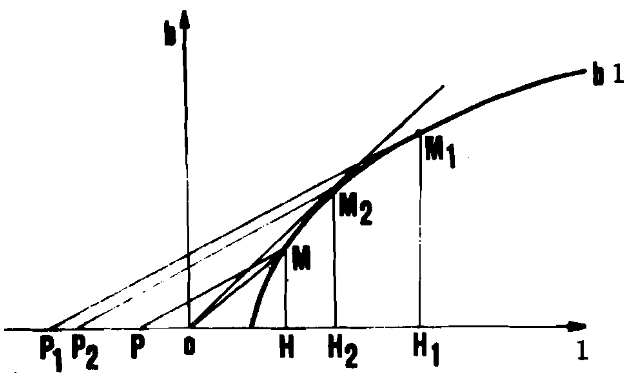
Ces raisonnements ne valent qu'avant tout début de réalisation des ouvrages.Si l'investissement est fait et qu'on s'aperçoive alors qu'il a été fait trop tôt,ce serait une décision absurde que celle d'attendre pour le mettre en service la date qu'il aurait fallu respecter pour le construire. Il faut conduire le même raisonnement mais sur la base des seules dépenses qu'il reste à faire.

On cherchera par exemple dans combien de temps il convient de mettre en service un ouvrage qui coûte 100 et'rapporte 8 par an avec une augmentation annuelle de 2%(taux d'actualisation 5 et IO %).

Réciproquement d'ailleurs, si un investissement présente un taux de rentabilité supérieur au taux d'actualisation, le bénéfice actualisé est positif. Il reste toutefois à s'assurer que l'on raisonne sur la variante qui rend le bénéfice maximum.

Le taux de rentabilité est un indicateur utile pour apprécier l'intérêt d'un investissement. Il a le sens précis dit ci-dessus. Mais il convient de ne pas l'utiliser pour d'autres opérations.

Il est important de noter, par exemple, que la variante à retenir pour un investissement est celle qui maximise le bénéfice actualisé et non pas celle qui maximiserait le taux de rentabilité. Cette deuxième attitude conduirait à pratiquer un sous-dimensionnement des équipements qui correspondrait à une politique d'"écrémage des sites" qui consiste à utiliser un site sans en tirer tout le parti possible.



On peut s'en rendre compte sur l'exemple schématique suivant : imaginons un investissement dont le bénéfice annuel b soit une fonction croissante du montant I de l'investissement initial. Le graphique ci-joint montre la courbe b (I). Le bénéfice actualisé de l'investissement vaut :

$$\bar{B}\,(i) = \frac{b\,(I)}{i} - I$$

Sur le graphique, il est représenté par le segment OP. Le taux de rentabilité est la pente de la droite OM.

Le critère du bénéfice actualisé ($\bar{B}$ (i) maximum) conduit à choisir l'investissement représenté par le point M1. C'est au point M2 par contre que le taux de rentabilité est maximum. Si on retenait M2 au lieu de M1, on sous-dimensionnerait l'équipement ($OH_2 < OH_1$) et on ne retirerait qu'un bénéfice actualisé égal à OP_2 au lieu du maximum possible égal à OP_1.

b. Taux de rentabilité marginale

On définit le taux de rentabilité marginale comme étant le taux de rentabilité d'une variation marginale de l'investissement : s'il s'agit par exemple d'étudier la rentabilité de la prolongation d'un réseau ferré, une variation marginale de l'équipement peut consister dans le changement du type de locomotive ou de la date de construction d'une ligne.

Le bénéfice actualisé d'une variation marginale de l'investissement peut s'écrire :

$$d\bar{B}\,(i) = -\,dI_o + \sum_{1}^{N} \frac{db_t}{(1+i)^t}$$

Le taux de rentabilité marginale r_m est tel que : $d\bar{B}\,(r_m) = 0$

Il y a autant de rentabilités marginales que l'investissement présente de variations marginales, c'est-à-dire un très grand nombre sinon une infinité. Ainsi présentée, la rentabilité

24 l'equilibre de l'offre et de la demande

On a vu que l'épargne spontanée de l'ensemble des particuliers dépendait du taux d'intérêt offert aux épargnants et tendait à augmenter avec le taux d'intérêt, au moins dans la plage des valeurs courantes.

Du côté des entrepreneurs, au contraire, si le taux d'actualisation s'élève par suite de la décroissance en fonction de i des bénéfices actualisés, le nombre d'investissements rentables diminue, donc le volume total de la demande de capitaux à investir.

Il y a là les éléments d'un mécanisme d'ajustement par le jeu de l'offre et de la demande de capitaux.

Réserves faites de la diversité des primes de risque afférentes aux opérations en cause, un tel mécanisme devrait conduire à l'unicité du taux de l'intérêt pur dans toute l'économie (ceci bien sûr pour chaque échéance ; l'hypothèse d'unicité quelle que soit l'échéance est une hypothèse simplificatrice, que l'expérience justifie dans les économies en développement suffisamment régulier, mais qui n'est nullement nécessaire à la théorie).

L'unicité du taux de l'intérêt est, en effet, une condition nécessaire de l'optimum tel qu'il a été défini au § 13 et tel qu'il peut être généralisé après que le temps ait été pris en compte comme le suggère ce chapitre. On peut établir, en effet, que :

- l'optimum de distribution dans le temps exige l'unicité du taux d'intérêt, chaque année, pour tous les particuliers (ainsi, bien sûr, que l'unicité des prix) : ainsi, les utilités marginales de la monnaie sont, à chaque échéance, les mêmes pour tous.
- l'optimum de production exige, outre les conditions habituelles sur les prix et les coûts marginaux, que les facteurs d'actualisation soient chaque année, les mêmes pour toutes les entreprises, donc que la rentabilité marginale du capital soit la même chaque année dans toutes les entreprises.
- l'optimum d'ensemble requiert, chaque année, l'égalité des taux d'intérêts (purs) qui règnent respectivement dans le secteur productif et dans le secteur des particuliers, parallèlement à l'égalité des prix dans les deux secteurs.

Mais la pratique dans la plupart des pays est souvent fort éloignée de ces conditions.

De même que la Puissance Publique s'autorise à intervenir pour "fausser" les choix des particuliers (par exemple pour réduire l'usage de l'alcool ou des stupéfiants), de même elle s'autorise de plus en plus à modifier l'équilibre épargne consommation qui résulterait du comportement spontané des particuliers. C'est finalement l'épargne globale, spontanée et forcée, que la Puissance Publique s'efforce de maintenir à une certaine proportion de la consommation : cette volonté et ces choix s'expriment notamment lors de l'élaboration des Plans de développement de la nation.

Mais la Puissance Publique intervient aussi pour favoriser certains investissements, en consentant des taux d'intérêt de faveur. Là,c'est l'optimum de production lui-même qui se trouve affecté. Parfois, le taux de faveur en cause a précisément pour objet de corriger une lacune du système de prix comme cela arrive pour les infrastructures de transports où pour diverses raisons la tarification de leur usage est bloquée. On sent combien il est hasardeux de s'éloigner des conditions de l'optimum, car il faut alors envisager une chaîne de mesures d'exception pour essayer de maintenir la vie économique dans la bonne voie. Mieux vaut, chaque fois que cela est possible, revenir à plus de vérité dans les prix.

Par ailleurs, même dans les économies développées, l'existence d'un marché financier qui accepterait librement tous les arbitrages dans le temps au taux i est très sujette à caution. Les entreprises refusent de s'endetter au-delà d'un certain montant,afin de limiter le montant des charges d'intérêts qu'elles doivent obligatoirement verser chaque année que l'exercice ait été bon ou mauvais. Mais elles ne veulent pas non plus procéder à des augmentations de capital trop fréquentes susceptibles d'attirer de nouveaux actionnaires qui remettraient en cause le contrôle de l'affaire. Et elles se gardent de distribuer,donc, de remettre sur le marché, la totalité des bénéfices (nets) de l'exercice, réalisant ainsi une sorte d'épargne forcée en provenance des actionnaires afin de contribuer au financement des investissements l'année suivante. Les distorsions induites par la fiscalité ne sont d'ailleurs pas étrangères à cet état de choses.

C'est dire que l'unicité du taux d'intérêt pur n'est certainement pas assurée de façon précise dans l'ensemble de l'économie, ni même dans le seul secteur productif.

Devant l'insuffisance de mécanismes d'ajustement aussi fragiles, la Puissance Publique est naturellement amenée à intervenir tout particulièrement sur ce qu'on continue d'appeler, un peu symboliquement, le "marché du capital".

Cette action s'exerce spécialement au niveau des Administrations et des entreprises nationales ainsi que des grandes entreprises privées qui sont amenées à solliciter une aide de l'Etat pour leur financement.

Lorsque nulle autre considération n'intervient que le souci de restaurer l'unicité optimale du taux d'intérêt pur, l'orientation des choix économiques des investisseurs en cause est assurée en édictant un taux d'actualisation qui fixe le seuil de rentabilité au-dessous duquel la Puissance Publique considère une opération d'investissement comme non rentable : une fois déduits de l'épargne que contrôle l'Etat, les investissements prioritaires (enseignements, hôpitaux)... l'équilibre de l'épargne restante et des autres besoins de capitaux (parmi lesquels figure l'essentiel du secteur transport) requiert la fixation d'un taux d'actualisation d'autant plus élevé que les besoins en investissements sont grands et l'épargne réduite. Des considérations de cet ordre ont conduit à fixer le taux d'actualisation à 7 % pour le 4ème Plan français et pour le 5ème, à une valeur plus élevée, ce qui n'empêche pas les Pouvoirs Publics de continuer, par ailleurs, à accorder des prêts à 5 ou 5,5 % par an et même parfois à des taux plus réduits.

Cette façon d'agir ne rend pas les investisseurs qui bénéficient de prêts à taux réduits, réellement sensibles à la rareté des capitaux à long terme, et peut les inciter à surestimer la rentabilité d'un investissement pour en obtenir le financement : si les recettes brutes ne sont pas aussi importantes qu'annoncées, le bénéfice restera positif car les charges financières seront plus faibles dans la réalité que dans le bilan actualisé, par suite du taux réduit des prêts. Le "coup de pouce" dans le dossier de présentation restera ainsi sans sanction !

o

o o

III. rôle de l'Etat

31 les fonctions économiques de l'Etat

31.1 GENERALITES

Les développements précédents ont fourni une schématisation des comportements individuels des divers agents d'une économie: consommateurs et entreprises. On a supposé jusqu'ici que tout le fonctionnement de l'économie reposait sur des décisions individuelles et on a vu comment ces décisions aboutissaient à une situation d'équilibre ; parallèlement, un concept d'optimum a été défini.

Cependant, outre les décisions individuelles, le fonctionnement de toute économie est soumis également à des décisions d'ordre collectif, passées jusqu'ici sous silence par souci de simplicité. L'existence et l'intervention dans le domaine économique des collectivités publiques (états, départements, municipalités) jouent cependant un rôle essentiel dans la plupart des économies modernes, quelles que soient d'ailleurs les grandes options d'ordre idéologique, à la base du système d'organisation de la société.

Nous allons maintenant essayer de définir la nature des diverses interventions économiques de ces collectivités, et de préciser les modalités de leur action, en insérant celles-ci dans le modèle général présenté antérieurement. Dans tous ce qui suit les termes "état" ou "collectivité" utilisés dans la schématisation proposée représenteront de façon générale une collectivité publique quelconque.

Les décisions d'ordre collectif répondent à plusieurs nécessités :

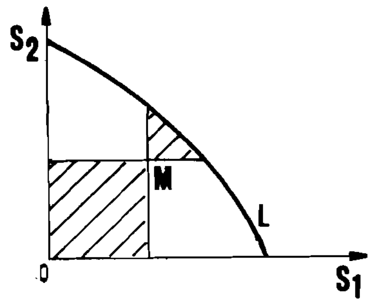
- Tout d'abord certains arbitrages entre les individus sont nécessaires, par exemple, dans la recherche du fonctionnement optimum de l'économie, pour comparer des situations toutes deux optimales, au sens défini plus haut, mais qui diffèrent entre elles par la répartition des revenus entre les divers individus (problème de la politique des revenus). Il peut être nécessaire également d'effectuer des comparaisons entre deux situations en dehors de l'optimum.

- D'autre part, certains besoins ne peuvent être aisément satisfaits par le jeu des initiatives individuelles et le sont plus commodément par des services publics, notion que l'on va approfondir dans les pages suivantes.
- Enfin, l'Etat peut jouer également un rôle dans l'organisation des marchés et la recherche des grands équilibres fondamentaux : plein emploi, stabilité monétaire, équilibre de la balance des comptes extérieurs, problèmes que l'on n'abordera pas dans le présent manuel, mais qu'il convient cependant de garder présents à l'esprit.

31.2 - NOTION D'UTILITE COLLECTIVE

Si l'on se reporte au diagramme des possibilités dans l'espace des satisfactions individuelles, on a déjà vu, que dans un état donné de la technique et des dispositions psychologiques individuelles et pour des richesses naturelles données, il existe une surface limite des possibilités séparant le domaine du possible de celui de l'impossible.

Pour l'exposé, on supposera l'économie réduite à deux individus et on illustrera le raisonnement sur un diagramme à deux dimensions.



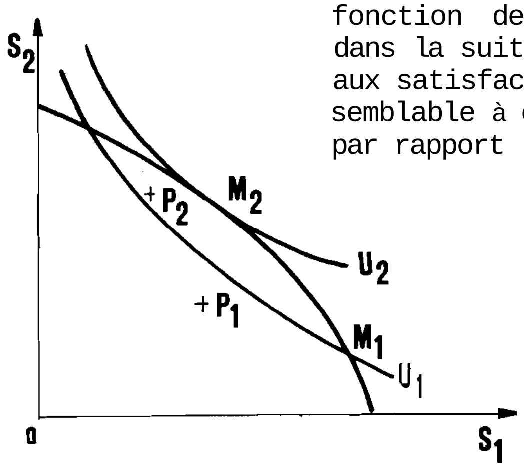
La théorie de l'optimum, développée précédemment, fournit les conditions que doit remplir le fonctionnement* l'économie pour que l'on soit sur la courbe limite L.

Le concept d'optimum élaboré repose sur un critère de comparaison des situations les unes par rapport aux autres, dont malheureusement le caractère indiscutable trouve sa contrepartie dans une impuissance partielle à comparer certaines situations :

. par rapport à une situation M, toutes les situations représentées par les points situés dans le premier quadrant de M sont jugées meilleures, toutes celles situées dans le troisième quadrant sont jugées moins bonnes ; par contre, on ne peut exprimer de préférence entre M et l'un des points du 2" ou du 4" quadrant.

Si l'on tient à effectuer des comparaisons, on doit dire dans quelles mesures on estime que la diminution de satisfaction de Pierre est "compensée" par l'accroissement de satisfaction de Paul, c'est-à-dire que l'on ne peut échapper à une comparaison des satisfactions des divers individus de la collectivité.

Ce type de comparaison et de choix doit être effectué par le pouvoir politique. Il n'entre pas ici dans notre propos de décrire les modalités par lesquelles vont s'effectuer ces choix ; mais si l'on soumet ces choix à des conditions de cohérence et de transivité, on montre que le pouvoir politique devrait arriver à la définition d'un indicateur global



fonction des satisfactions individuelles que l'on appellera dans la suite fonction d'utilité collective qui, par rapport aux satisfactions individuelles joue un rôle tout à fait, semblable à celui de la fonction de satisfaction d'un individu par rapport à ses consommations.

Il faut remarquer que la forme analytique de la fonction d'utilité collective U (S_1 ..... S S_n.....), dépend de l'expression des satisfactions individuelles (qui peuvent être, comme nous l'avons vu, définies avec un certain degré d'arbitraire).

Cette fonction permet ainsi, entre deux ensembles quelconques de surfaces d'indifférence, d'indiquer celui qui est préféré, à moins qu'ils ne soient jugés équivalents. Dans un espace à n dimensions, les points représentatifs d'états jugés équivalents se rassemblent sur des surfaces à n-1 dimensions.

C'est ainsi que l'on pourra choisir entre deux situations "optimales" (au sens du chapitre I) M_1 et M_2, soit préférer un état P_2 "non optimal" à un état M_1 "optimal", soit encore effectuer toute comparaison entre deux états quelconques P_1 et P_2.

On peut même ainsi, sur le plan théorique, déterminer le point M_2 "optimum optimorum" du fonctionnement de l'économie, sur la surface limite des possibilités.

La définition de la fonction d'utilité collective fournit donc le moyen théorique d'évaluer l'intérêt d'une transformation quelconque de l'économie, que l'on soit ou non à l'optimum, On verra au point 32 comment se présentent les problèmes d'utilisation de cet instrument, sur un plan plus opérationnel.

31.3 - BESOINS COLLECTIFS ET SERVICES PUBLICS

Les biens ou services dont la production et la consommation ont été analysés précedemment sont individualisables et leur consommation est mesurable ; leur utilisation par un agent économique exclut leur utilisation par un autre agent ; nous dirons que ces biens satisfont des besoins privés.

A côté de ces besoins privés existent des besoins de caractère collectif, dont on peut d'ailleurs distinguer diverses sortes:

- les biens collectifs par excellence, sont ceux pour lesquels le niveau de mise à disposition est de caractère collectif, la consommation individuelle de ces biens étant dépourvue de sens : il en est ainsi par exemple du Service de la Défense Nationale ou d'un Service de lutte contre la pollution atmosphérique. Il faut noter que si, pour ces biens, la notion de consommation individuelle n'a pas de sens, par contre, leur niveau peut influencer les fonctions d'utilité individuelle ou les fonctions de production.

- pour d'autres biens collectifs, comme l'Education Nationale ou les dépenses de santé, bien que les prestations aient un caractère individualisable, la collectivité peut estimer qu'il convient.de ne pas laisser les décisions s'établir par le jeu du marché et des contraintes budgétaires individuelles: elle peut alors soit imposer un niveau minimum de consommation, soit se contenter d'introduire intentionnellement des "distortions" dans les choix individuels, par un abaissement du prix.
- pour d'autres biens, l'importance exceptionnelle du coût de perception peut conduire à préférer soit la mise à disposition gratuite, soit la mise en oeuvre de redevances à caractère fiscal, plus ou moins liées au niveau de consommation : exploitation des routes, services de la poste, enlèvement des ordures ménagères. La structure de ces redevances peut être très différente de la structure des coûts de production du service en cause.

Pour d'autres biens ou services, enfin, c'est le fait qu'ils soient "à coût marginal "nul" comme la radiodiffusion et la télévision qui peut militer (d'un point de vue strictement économique) en faveur d'une prise en charge par l'Etat.

On rejoint ainsi le domaine des interventions de l'Etat dans les activités du secteur non différencié, destinées à assurer une gestion de ce secteur conforme aux critères de l'optimum, notamment dans le domaine tarifaire avec les conséquences financières que ces interventions impliquent : financement du déficit des entreprises à rendement croissant ou, inversement, récupération des rentes résultant de la vente au coût marginal dans les secteurs à rendement décroissant ; on peut d'ailleurs regretter que,jusqu'à présent, les interventions de ce dernier type sont très limitées, du fait de la puissance des intérêts privés en cause, et aussi parce que l'opinion publique admet difficilement que l'Etat puisse faire des "bénéfices" sur la gestion d'un secteur,ne réalisant pas clairement que cet excédent se traduit, toutes choses égales d'ailleurs, par un allègement fiscal.

On désignera toutes ces taches de l'Etat sous le vocable : Gestion des Services Publics.

Cette gestion comporte les aspects suivants :

- détermination de la consistance et du niveau des services
- minimisation du coût de production de ces services
- mise en place des structures et des niveaux tarifaires le cas échéant
- détermination des dépenses nettes du fonctionnement de ces services, c'est-à-dire de leur incidence sur le budget général de l'Etat

On distinguera finalement 3 grandes catégories de services publics :

- les services publics d'entreprises correspondant aux entreprises du secteur non différencié prises en charges par l'Etat,

- les services publics collectifs nécessairement finances par des impbts de caractère général,
- les services publics individuels, assortis ou non de redevances d'usage.

31.4 - LES AUTRES FONCTIONS DE L'ETAT

A côté des grandes fonctions de l'Etat que nous venons d'analyser :

- choix globaux et arbitrages entre individus (c'est-&-dire, de façon plus précise, entre groupes sociaux)
- gestion des services publics,

On peut encore distinguer deux grandes catégories d'interventions :

- l'action réglementaire dans le domaine economique et extra-économique
- la réalisation des équilibres globaux, et, en particulier,. la politique monétaire.

31.41 - L'action réglementaire

Dans le domaine economique, cette action vise par exemple à corriger les imperfections du marche, à l'organisation de la concurrence, en particulier du point de vue de l'information dee agents intéressés et de la transparence.

Elle touche également des activités où les phénomènes d'économies externes, c'est-&-dire d'incidence sur les autres producteurs ou consommateurs sont particulièrement marques : par exemple, règles d'implantation des usines dans l'optique de lutte contre la pollution atmosphérique, limitation de vitesse sur les routes, réglements d'urbanisme destines à assurer une certaine cohérence entre les implantations d'habitats, d'activités et les possibilités de réseaux de transports, etc.....

De même, dans le domaine extraeconomique, les interventions eont nombreuses ; elles ont d'ailleurs en général des incidences économiques : ainsi la législation sur le divorce entratnera une demande plus ou moins grande de services juridiques, la prohibition de la vente de l'alcool entratnera des besoins en personnel de contrble,....

31.42 - Les politiques globales

On citera ici pour mémoire : la recherche du plein emploi de la main-d'oeuvre, de la stabilité monétaire, objectifs intermédiaires dans la recherche de l'optimum collectif. Les moyens d'atteindre ces objectifs résident surtout dans la politique monétaire et la politique fiscale, de façon à toucher, également au moyen d'instruments globaux, l'ensemble des activités y compris les services publics.

On peut remarquer que l'action spécifique sur certains services publics pour réaliser ces objectifs globauxest peu souhaitable.

Ainsi pour relancer l'économie, il est préférable d'agir sur **l'investissement** global, public et privé de façon directe, **plutôt** que d'intervenir directement et de façon sélective sur le niveau des crédits d'équipements routiers, remarque qui vaut également dans la conjoncture opposée.

Nous n'en dirons pas plus, l'exposé des questions monétaires 'enparticulier sortant du cadre de ce manuel.

32 la comparaison des Situations Economiques

32.1 - UTILITE COLLECTIVE ET REPARTITION DES REVENUS

Une modification marginale quelconque de l'économie, **c'est-à-dire** modification des flux de biens produits ou consommés, compatible avec les contraintes techniques, **entraîne** des variation? de niveaux de satisfaction individuelle S_k. La variation d'utilité collective qui en résulte s'écrit :

$$dU = \sum_k U_k \, dS^k \qquad \text{(en posant } \frac{\partial U}{\partial S^k} = U_k\text{)}$$

Si **l'on** admet les **hypothèses** suivantes :

- chaque individu maximise sa satisfaction compte tenu de son revenu rk et d'un **système** de prix identique pour tous.
- si, par ailleurs, le niveau de la **consommation** d'un individu pris isolément est sans influence sur le **prix,pour** chacun **des** .biens,

les variations de satisfaction individuelles s'écrivent :

$$dS^k = \lambda^k \sum_i p_i \, dq_i^k$$

ou λ^k est l'utilité marginale de la monnaie pour l'individu **k.**

On peut alors écrire :

$$d\,U = \sum_k U_k \lambda^k \sum_i p_i \, d\,q_i^k$$

La signification économique des produits $U_k \lambda^k$ est fort simple :

- U_k représente l'accroissement d'utilité collective **entraînée par** l'accroissement d'une unité de la satisfaction de **l'individu** k,

(1) Ces considérations ont été introduites pour la **première** fois par M. Lesourne dans son ouvrage "**le** calcul économique"

- λ^k représente l'accroissement de satisfaction de l'individu k lorsque son revenu augmente d'une unité.

- $U_k \lambda^k$ représente donc l'accroissement d'utilité collective entratné par l'augmentation d'une unité du revenu de l'individu k,

L'hypothèse d'égalité des produits $U_k \lambda^k$ pour tous les individus signifie donc que la collectivité est indifférente à tout transfert marginal de revenu entre individus., c'est-à-dire qu'elle considère la distribution des revenus comme optimale. Dans cette hypothèse on peut d'ailleurs, en raison du fait que la fonction U est définie à une fonction monotone près, prendre égale à 1 cette valeur commune.

La variation d'utilité collective prend alors une forme particulièrement simple

$$dU = \sum_{ik} p_i \, dq_i^k$$

soit encore : $$dU = \sum_i p_i \, dq_i$$

Sous les hypothèses précédentes, complétées par l'hypothèse d'optimalité de la distribution de revenus, la variation d'utilité collective dans une transformation marginale est égale à la variation de valeur, à prix constants, de la consommation finale.

Si, par contre, on estime que la distribution des revenus n'est pas optimale, la variation d'utilité collective s'écrit

$$dU = \sum_i p_i \, dq_i + \sum_k (U_k \lambda^k - 1) \sum_i p_i \, dq_i^k$$

On voit ainsi clairement que pour évaluer l'intérêt d'une transformation on sera obligé d'expliciter les valeurs des produits $U_k \lambda^k$ par groupes sociaux par exemple(la fonction U étant normalisée par la condition

$$\sum_{k=1}^{m} U_k \lambda^k = m$$

la variation d'utilité collective est alors égale à La variation de valeur (à prix constant) de la consommation totale, complémentée par un terme correctif faisant intervenir une somme de variations de revenus individuels pondérées par des coefficients marginaux (positifs ou négatifs) relatifs aux divers groupes sociaux intéressés.

Il est inutile de souligner longuement qu'en pratique la détermination des coefficients en question dusciterait des discussions passionnées.

L'intérêt des raisonnements précédents réside dans le fait que l'hypothèse de l'optimalité de la distribution des revenus permet d'aboutir à une expression de la variation d'utilité collective utilisable sur le plan opérationnel.

32.2- EXPRESSION DE LA VARIATION D'UTILITE COLLECTIVE EN FONCTION DES BENEFICES DES ENTREPRISES

L'expression à laquelle on vient d'aboutir pour la variation d'utilité collective est parfois délicate à manier du fait que les répercussions sur la consommation finale d'une transformation marginale donnée peuvent résulter d'un processus très détourné et difficile à analyser. On va ainsi rechercher une autre expression de cette variation plus facilement utilisable.

On traitera successivement le cas où il y a plein emploi des ressources et celui, important dans le cas des pays en voie de développement où il y a initialement sous-emploi des ressources, sous-emploi diminué par la transformation étudiée.

32.21 - Cas d'une économie de plein emploi

Si la transformation envisagée maintient le plein emploi comme on a avant et après transformation

$$q_i = \sum_h q_i^h + q_i^\circ$$

on a, par voie de conséquence

$$dq_i = \sum_h dq_i^h$$

et donc

$$dU = \sum_i p_i \, dq_i = \sum_i \sum_h p_i \, dq_i^h = \sum_h \delta b^h$$

δb^h étant la variation du revenu de l'entreprise h à prix constants (ces prix étant d'ailleurs les prix à la consommation, lorsque, en dehors de l'optimum ces prix diffèrent des prix à la production).

Ainsi, si le plein emploi des ressources n'est pas affecté par la transformation considérée, la variation d'utilité collective est égale à la somme des variations à prix constants des bénéfices des entreprises, calculés en utilisant le système de prix à la consommation.

On peut remarquer que pour les biens purement intermédiaires pour lesquels il n'y a pas de prix à la consommation le prix est indifférent (puisque de tels biens $\sum_h d\, q_i^h = 0$) pourvu qu'il soit le même pour toutes les entreprises : on peut pour simplifier, prendre un prix nul.

Pour toutes les entreprises qui maximisent leurs bénéfices à prix constants, pour autant que ces prix soient les prix à la consommation, toute modification compatible avec la contrainte de production est telle que

$$\delta b^h = 0$$

Si en particulier, il en est ainsi pour toutes les entreprises on a

$$d\, U = 0$$

on retrouve ainsi Les conditions de L'optimum de gestion : unicité des prix et maximation à prix constants dans le secteur productif.

Si, par contre, il existe par exemple une entreprise non optimale produisant un seul bien h (cas d'un monopole), on peut écrire :

$$\delta b^h = (p_h - c_h)\ dq_h$$

P_h étant le prix de vente initial

$d\ q_h$ la variation de la quantité de bien mise sur le marché

c_h le coût marginal de production de l'entreprise qui est supposée minimiser son coût global à prix constant

on aura donc : $dU = (p_h - c_h)\ d\ q_h$

Si donc le prix de vente est supérieur au coût marginal de production, un accroissement de production est bénéfique pour la collectivité même si pour l'entreprise considérée, il se traduit par une diminution de revenu total (cas oh la recette marginale est inférieure au coût marginal).

32.22 - Cas d'une économie avec sous-emploi de ressources

On traitera Le cas où la transformation permet de modifier le niveau d'emploi des ressources disponibles.

Distinguons entre les biens qui ne sont pas des richesses naturelles (indice i) et ceux qui le sont (indice j).

On a : $q_i = \sum_h q_i^h$

$$q_j + q_j^\circ = \sum_h q_j^h + q_j^\circ$$

αq_j^o représentant la part de ressources naturelles q_j^o en bien j qui n'est pas utilisée (on peut remarquer que q_i ou q_j peut être nul).

On a donc : $dq_i = \sum_h dq_i^h$

$$dq_j = \sum_h dq_j^h - q_j^\circ\ d\alpha$$

ainsi

$$dU = \sum_i p_i\ dq_i + \sum_j p_j\ dq_j$$

$$= \sum_h \delta b^h - \sum_j p_j\ q_j^\circ\ do$$

Ainsi la variation d'utilité collective dans une transform tion marginale modifiant le niveau d'emploi des ressource est égale à la somme des variations de revenus des entrepris et du supplément de valeur des ressources naturelles utilisé évaluées à prix constants avec le système de prix à la consommation.

Cette remarque prend toute sa portée pour l'analyse des problèmes de transport dans le pays en voie de développement,où, bien souvent la création de nouvelles infrastructures de transport,permet de lutter contre un chomage complet ou partiel d'une partie de la population, la mise en valeur de périmètres agricoles ou de gisements miniers. Il faut tenir compte à l'actif du bilan de telles transformations, des salaires supplémentaires qui peuvent être ainsi distribués ou des rentes foncières qui seront mobilisées.

32.23 - <u>Prise en considération du commerce extérieur</u>

Tous les raisonnements qui précèdent ont été développés dans une économie fermée. On peut montrer facilement que si l'économie donne lieu à des échanges avec l'extérieur, il faut ajouter aux termes que nous avons analysés jusqu'à présent, la variation de valeur à prix constant des importations nettes toujours estimées avec le prix à la consommation ; si dans la transformation la balance commerciale reste équilibrée, le terme correspondant est nul.

33 Formalisation des activités spécifiques de l'état

On va maintenant introduire dans le modèle global représentatif de l'économie, les activités spécifiques de l'Etat et voir successivement comment se pose, dans des schémas simplifiés, le problème de l'équilibre et celui de l'optimum avec l'Etat.

3.1 - LE PROBLEME DE L'EQUILIBRE

n analysera successivement comment le problème de l'équilibre st modifié :

d'une part par l'introduction des transferts individuels

d'autre part par la prise en compte des services publics.

33.11 - <u>Prise en compte des transferts</u>

examine tout d'abord le cas où l'Etat organise des transrts entre individus, liés à des caractères extraéconomiques individus considérés ; il s'agit par exemple des cotisans pour la retraite et des retraites versées dans un régime répartition générale, des cotisations de sécurité sociale des remboursements de frais de maladie et des allocations iliales.On considèrera ici que ces transferts (prélèvements sllocations) touchent directement les revenus individuels, qui peut, malgré certaines apparences, être conforme à la lité : ainsi, par exemple, en ce qui concerne les cotisas de Sécurité Sociale en France, ce.sont les entreprises versent un certain pourcentage des salaires versés dans la te d'un certain plafond : abstraction faite du phénomène roportionnalité,on peut considérer que les sommes en question font parties des revenus des salariés et sont prblevées par l'intermédiaire de l'employeur. Si par exemple le plafond jouait systématiquement dans tous les cas, l'hypothèse du caractère forfaitaire de telles perceptions serait pleinement valable.

Désignons par v^k et a^k les sommes respectives des prélèvements et des allocations intbressant le consommateur k.

Si la sowe globale des prblèvements équilibre la somme des allocations, on aura :

$$\sum_k a^k - v^k = 0$$

Les relations d'bquilibre en **valeur** ne sont pas **modifiées,** seul chacun des revenus r^k devient

$$r^k + a^k - v^k$$

L'bquation globale

$$\sum_k r^k = \sum_k b^k + \sum_i z_i$$

est **conservée.**

Cependant $\sum_k a^k - v^k$ peut **être** positive, sa valeur positive btant Bquilibrbe par des ressources fiscales de **l'Etat.**

On peut par exemple traiter le cas où **l'Etat** prblève une part des revenus des entreprises (b_k) et des revenus fonciers (z_i) pour financer le solde positif des transferts, ou encore celui où un impôt sur la consommation finale bquilibre le solde positif des transferts. Ces **schémas** s'btablissent sans **difficultbs.**

33.12 - Prise en compte des services publics

Mis à part les services publics **d'entreprises** qui ne présentent pas de difficultbs particulières btant **entièrement** assimilables à des activitbs de production privbes au point de vue des **règles** de gestion, la diffbrence btant que les revenus de ces activitbs vont à **l'Etat,** deux sortes de services publics peuvent être considbrbs :

- les services publics individuels
- les services publics collectifs

On se contentera dans ce qui suit **d'introduire** les services publics collectifs. On supposera qu'il existe u services publics repérés par un indice ℓ (1 à u) dont le niveau est s^ℓ

Ces services publics ont une fonction de production

$$f^\ell (q_i^\ell, s^\ell) = 0$$

On fera des hypothèses suivantes sur le fonctionnement en indiquant comment il est possible d'obtenir le niveau s^{ℓ} à partir des consommations q_i^{ℓ} des facteurs de production i.

On suppose, pour simplifier, que la fonction de production des services publics s^{ℓ} n'est pas influencée par le niveau des autres services publics.

Par ailleurs, chaque service public influence la fonction de satisfaction des individus et la fonction de production des entreprises

$$S^k = S^k \quad (q_i^k, s^{\ell})$$

$$f^h \;(q_i^h, s^{\ell}) = o$$

On fera les hypothèses suivantes sur le fonctionnement de l'économie :

1/ Chaque consommateur maximise sa satisfaction compte tenu des prix A la consommation,des niveaux des services publics et de son revenu.

2/ Chaque entrepreneur maximise son revenu A prix constant. compte tenu de ses contraintes de production et de la façon dont celles-ci sont influencées par les services publics.

Les Services publics, dont le niveau est fixé par l'Etat, sont produits au coût minimum, ce qui entraîne les relations

$$\frac{f_i^{\ell}}{pi} = \frac{f_j^{\ell}}{pj} = \varphi^{\ell}$$

qui jointes à la relation $f^R = o$ fournissent

$$q_i^{\ell} = q_i^{\ell} \;(p_{i,} s^{\ell})$$

Les dépenses de l'Etat pour les services publics sont alors :

$$\sum_{\ell} \sum_{i} p_i \, q_i^{\ell} \qquad\qquad (q_i^R \text{ est négatif})$$

Les prix A la consommation se déduisent des prix A la production par l'application d'un impôt indirect de taux uniforme t qui revient A l'Etat, c'est-à-dire que si

pi est le prix à la production

pi(1 + t) est le prix à la consommation

les recettes fiscales de l'Etat sur le bien i sont

$$t \; p_i \sum_{k} q_i^k$$

L'équilibre du budget de l'Etat s'écrit alors

$$t \sum_{ik} p_i \, q_i^k + \sum_{i\ell} p_i \, q_i^{\ell} = o$$

Par ailleurs, l'équation d'équilibre des flux physiques du bien i s'écrit :

$$\sum_{k} q_i^k = \sum_{h} q_i^h + \sum_{R} q_i^R + q_i^{\circ}$$

Le modèle général a donc n + 1 équations
n équations relatives aux flux physiques
ℓ équations du budget de l'Etat

$$\text{or} \quad q_i^k = q_i^k \; (p_i, r^k, s^\ell, t)$$
$$q_i^h = q_i^h \; (p_i, s^\ell)$$
$$q_i^\ell = q_i^\ell \; (p_i, s^\ell)$$

Les inconnues sont les prix p_i, le taux d'impôt t, les revenus r^k et le niveau des services publics s^a.

On voit donc que si le niveau des services publics est fixé par l'Etat, et si l'on ne donne pas la distribution des revenus, les prix p_i sont déterminés à un facteur près et le taux t est déterminé.

Si l'on multiplie chaque équation de flux physiques par p_i et que l'on additionne membre à membre, on trouve :

$$\sum_{ik} p_i \, q_i^k = \sum_{ih} p_i \, q_i^h + \sum_{i\ell} p_i \, q_i^\ell + \sum_i p_i \, q_i^o$$

et en ajoutant membre à membre l'équation du budget de l'Etat il vient

$$\sum_{ik} p_i \,(1+t)\, q_i^k = \sum_{ih} p_i q_i^k + \sum_i p_i q_i^o$$

soit encore : $\sum_k r^k = \sum_h b^h + \sum_i z_i$

Les revenus individuels, autres que salariaux, sont toujours égaux, à la somme des revenus fonciers et des revenus mobiliers (évalués bien entendu avec le système de prix à la production)

Le lecteur pourra d'ailleurs vérifier que l'impôt indirect introduit est d'effet exactement équivalent à un impôt proportionnel sur les revenus individuels extra-salariaux, dont le taux, identique pour tous, serait de $\frac{}{1+t}$ cet impôt étant lui-même d'effet Bquivalent A un impôt de taux identique frappant les revenus des entreprises et les revenus fonciers.

33.2 - L'OPTIMUM DE GESTION

La théorie de l'optimum développée au chapitre I n'est pas affectée par les problèmes de transferts, tout au moins lorsque la somme algébrique de ceux-ci est nulle, le bien fondé de ces transferts ne peut être apprécié qu'à l'aide d'une fonction d'utilité collective.

Par contre, l'introduction des Services Publics pose des problèmes d'un ordre différent.

On supposera qu'il existe

- n biens **repérés par** l'indice i
- m individus **repérés** par l'indice k
- p entreprises **repérées** par l'indice h
- u services publics collectifs repérés par l'indice ℓ de niveau $s\ell$

Chaque individu est caractérisé par une fonction de **satisfaction**

$$S^k (q_i^k, s^l)$$

Chaque entreprise possède une fonction de production

$$f^h (q_i^h, s^l) = o \quad \text{(où interviennent tous les } s^\ell)$$

Chaque service public collectif possède une fonction de production

$$f^\ell(q_i^\ell, s^\ell) = o \qquad (3,2)$$

(où interviennent une seule variable s^ℓ)

L'équilibre des flux s'écrira, pour le bien i

L'équilibre des flux **s'écrira,** pour le bien i

$$\sum_k q_i^k - \left(\sum_h q_i^h + \sum_\ell q_i^\ell + q_i^o\right) = o \quad (3,3)$$

On supposera par ailleurs qu'il existe **une** fonction **d'utilité** collective

$$U \ (S^k)$$

Il s'agit de trouver les valeurs des variables q_i^k, q_i^h, q_i^ℓ et $s\ell$ qui rendent U maximum sous les contraintes (3,1) (3,2) et (3,3)

On sera donc amené à maximiser les fonctions de Laeranee.

$$U (S^k) + \sum_h \varphi^h f^h + \sum_\ell \varphi^\ell f^\ell - \sum_i \mu_i \left(\sum_k q_i^k - \sum_h q_i^h - \sum_\ell q_i^\ell - q_i^o\right)$$

Les conditions du premier ordre s'écrivent :

$$U_k S_i^k - \mu_i = o \qquad \begin{matrix}(i = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots n)\\(k = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots m)\end{matrix}$$

$$\varphi^h f_i^h + \mu_i = o \qquad \begin{matrix}(i = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots n)\\(h = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots p)\end{matrix}$$

$$\varphi^\ell f_i^\ell + \mu_i = o \qquad \begin{matrix}(i = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots n)\\(\ell = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots u)\end{matrix}$$

$$\sum_k U_k S_\ell^k + \sum_h \varphi^h f_\ell^h + \varphi^\ell f_\ell^\ell = o \quad (\ell = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots u)$$

Les trois premières séries de relations n'offrent pas de difficultés d'interprétation. Quant aux **dernières** relations elles expriment des conditions d'optimalité du niveau des services publics : le **coût** marginal de production du service public l

soit φ^{II} f^{ℓ}_{ℓ} doit être égal à sa valeur marginale pour la

collectivité **elle-même** égale à la somme de deux termes :

$k \quad U_k \quad S^k_\ell$	Valeur marginale pour les individus
$h \quad \varphi^h \quad f^h_\ell$	Valeur marginale pour les entreprises

Ainsi l'introduction des services publics vis-8-vis du concept d'optimum laisse subsister la condition **d'unicité** des prix dans le secteur production et dans le secteur consomation et implique la proportionnalité de ces deux **systèmes** de prix.

Dans ces conditions, l'impôt uniforme sur la consomation finale utilisée dans le **modèle** d'équilibre précédent, respecte les conditions de l'optimum. **Il** faut remarquer d'ailleurs que cette taxation uniforme se traduit en fait pour les services du travail par un versement de **l'Etat** au taux t **proportionnellement** aux salaires versés par les entreprises, ce qui pourra paraître peu réaliste. Cet **impôt**, on le voit, est différent de la taxe à la valeur ajoutée (T.V.A.).

Cependant, la théorie esquissée **précédemment** reste muette sur les diverses modalités de financement du budget de **l'Etat**, d&s lors qu'on respecte la condition de proportionnalité. Pour définir le meilleur **système** prévaudront des considérations relatives 8 la répartition entre les **consommateurs** et **l'Etat** des revenus des diverses entreprises.

34 prise en compte des impots

34.1 - RESULTATS GENERAUX

Après avoir montré **comment** le concept d'optimum pourrait être développé dans une économie dotée d'un Etat qui gère des services publics collectifs, on va maintenant s'intéresser **comme** on l'a fait dans le § 32 aux **critères** de comparaison de deux états économiques quelconques.

34.11 - <u>Expression de la variation d'utilité collective avec un **système** fiscal quelconque</u>

La variation d'utilité collective au cours d'une transformation **s'écrira** :

$$dU = \sum_k U_k \, dS_k$$

$$= \sum_{ki} U_k \, S^k_i \, dq^k_i + \sum_{k\ell} U_k \, S^k_\ell \, ds^\ell \qquad (34,1)$$

Si l'on fait les hypothèses suivantes :

- unicité des prix à la consommation
- maximation des satisfactions individuelles, compte tenu du système de prix à la consommation et du revenu après impôts et transferts
- optimalité de la répartition des revenus après impôts et transferts, dans l'état initial.

On a alors :

$$U_k\ S_i^k = p_i$$

Il en découle (p_i étant les prix à la consommation du bien i)

$$dU = \sum_i p_i\ dq_i + \sum_{k\ell} U_k\ S_\ell^k\ ds^\ell$$

Si l'on pose $$\sum_k U_k\ S_\ell^k = v^\ell$$

V_ℓ représente la valeur marginale que la collectivité attache au service public collectif s^ℓ (somme des utilités marginales individuelles pondérées par les coefficients d'intérêt marginal pour la collectivité des individus correspondants).

Avec cette notation, on peut écrire :

$$dU = \sum_i p_i\ dq_i + \sum_\ell v_\ell\ ds^\ell \qquad (34,2)$$

et énoncer :

Dans une transformation marginale, et sous les hypothèses faites ci-dessus, la variation d'utilité collective est égale à la somme :

- de la variation de valeur de la consommation à prix constants
- de la variation de valeur pour les individus, estimée d'un point de vue collectif, des services publics gbnbraux à valeur marginale constante

Si, de plus, l'économie considérée est fermée et caractbrisée par le plein emploi des ressources(maintenu dans la transformation)

$$dq_i = \sum_h dq_i^h + \sum_\ell dq_i^\ell$$

et on peut écrire :

$$dU = \sum_h p_i\ dq_i^h + \sum_\ell p_i\ dq_i^\ell + \sum_\ell v_\ell ds^\ell \quad (34,3)$$

ce qui s'exprime :
La variation d'utilité collective est égale à la somme :

- des variations de revenus des entreprises, à prix constants (évaluées avec le système de prix à la consommation)

- des variations de dépenses des services publics, à prix constants (ceux de la consommation) comptées **négativement.**
- de la variation de valeur pour les individus estimée d'un point de vue collectif des services publics généraux, à valeur marginale constante.

Ces deux résultats sont valables pour des systkmes **fiscaux très** génbraux. Pour pousser l'analyse et arriver à des résultats plus directement **utilisables,nous** allons être obligés de faire des **hypothèses** sur la structure du **système** fiscal.

34.12. - Cas d'un systkme fiscal de taxes sur la consommation finale

On supposera que le **système** fiscal est constitué exclusivement de taxes indirectes sur la consommation finale.

t_i est le taux de l'impôt sur le bien i

Pi est le prix à la consommation du bien i;$(1 - t_i)$ Pi est le prix à la production.

On complktera les **hypothèses** effectubes jusqu'à **présent** sur le fonctionnement de l'économie par les suivantes :

1/ les entreprises maximisent leurs bbnéfices à prix constant avec le systkme de prix à la production

On a donc :

$$db^h = \sum_i (1 - t_i) \text{ Pi } dq_i^h = 0$$

et

$$\sum_i f_i^h dq_i^h = 0$$

Dans cette seconde relation **diff**brentielle, les niveaux s^I des services publics collectifs sont considérés comme données

On peut alors écrire, φ^h étant une constante caractérisant l'entreprise h

$$\varphi^h f_i^h = (1 - t_i) \text{ Pi} \qquad (34,4)$$

Si maintenant les niveaux **sl** sont modifiés, on a

$$\sum_i f_i^h dq_i^h + \sum_{I\!I} f_\ell^h ds^\ell = 0$$

et donc en multipliant par φ^h et en substituant $\varphi^h f_i^h$ par $(1 - t_i)$ pi

$$\sum_i (1 - t_i) \text{ pi } dq_i^h + \varphi^h \sum f_\ell^h ds^\ell = 0 \qquad (34,5)$$

Si l'on fait $ds^u = 0$ pour u # II

et $ds^u = 1$ pour u = II

on a

$$\sum_i (1 - t_i)\, p_i\, \delta q_i^h = - \varphi^h\, f_\ell^h \qquad (34,6)$$

la variation de revenu de l'entreprise h, lorsque le niveau du service s^ℓ s'accroit d'une unité, est égale à $-\varphi^h\, f_\ell^h$

.2/Les services publics sont **gérés** de **façon** optimale, **c'est-à-dire** que leur **coût** marginal **(déterminé** en utilisant le **système** de prix A la consommation) sont **égaux** A la **somme** de leurs valeurs marginales pour les individus et pour les entreprises.

Cette **hypothèse** s'exprime en **écrivant** que :

$$(v_\ell - \sum_h \varphi^h f_\ell^h)\, ds^\ell + \sum_i p_i\, dq_i^\ell = 0 \qquad (34,7)$$

En sommant les relations (34,5), par rapport à l'indice h et la relation (34,7) par rapport à l'indice ℓ et en ajoutant membre à membre les équations obtenues, les termes

$$\sum_{h\ell} \varphi^\ell\, f_\ell^h\, ds^\ell$$

s'éliminent et il vient

$$\sum_\ell v_\ell\, ds^\ell + \sum_{i\ell} p_i\, dq_i^\ell + \sum_{ih} (1 - t_i)\, p_i\, dq_i^h = 0 \qquad (34,8)$$

et en portant dans l'expression de la variation d'utilité collective (34,3), on trouve :

$$d\bar{U} = \sum_{ih} t_i\, p_i\, dq_i^h$$

Sous les **hypothèses** que nous **résumerons** ci-dessous :

- **unicité** des prix A la **consommation**
- **maximation** des satisfactions individuelles
- **optimalité** de la **répartition** des revenus
- plein emploi des ressources
- maximation A prix constant des **bénéfices** des entreprises
- gestion optimale des services publics,

le **système** fiscal **étant** constitue exclusivement **d'impôts** indirects A la **consommation,la** variation **d'utilité** collective dans une transformation marginale de **l'économie** est **égale** A la **somme** des **impôts** perçus sur la **variation,à** prix **constants,de** l'offre nette du secteur productif.

Ainsi,on aboutit A un **résultat particulièrement** simple et nullement **évident** a **priori,lié** A la structure du **système** d'impôts **étudié.** Pour montrer quelle peut Ctre la portée **concrète** des considerations **précédentes (transposables** dans le cas de **systèmes** fiscaux **différents) on va** maintenant traiter les **problèmes soulevés** par la **fiscalité** des carburants dans l'analyse de la **rentabilité** des investissements routiers.

34.2 - UN EXEMPLE CONCRET : la prise en compte des impôts sur l'essence dans les calculs de rentabilité des investissements routiers

34.21 - Présentation du problème

Sur un itinéraire routier donné, des investissements permettant d'accroftre la capacité ont pour conséquence, à trafic donné, de diminuer le coût d'utilisation pour l'usager, en entrafnant des gains de temps et de sécurité et des économies d'essence (particulièrement importantes si l'itinéraire est initialement très encombré) et d'autres économies d'exploitation : pneumatiques, réparations. Par ailleurs, la diminution du coût pour l'usager entrafnera en général un accroissement de trafic dit "trafic induit".

L'essence est, en général, dans les pays occidentaux un produit frappé de taxes indirectes très importantes qui entrafnent à la fois une différence entre le prix à la consommation et le coût de production et des rentrées substantielles pour le budget de l'Etat. Dès lors le problème est le suivant : faut-il, dans l'évaluation des économies réalisées, du point de vue de la collectiyité décompter l'essence "taxe incluse", c'est-à-dire en se référant au prix pour l'usager ou, au contraire, "hors taxe" tenant ainsi compte des pertes de rentrées fiscalesde l'Etat, ou encore, effectuer un calcul plus nuancé ?

34.22 - Le modèle utilisé

On supposera qu'il n'y a qu'une seule catégorie de trafic : les utilisateurs de voitures particulières, seuls par ailleurs 8 consommer de l'essence frappée d'un impôt indirect dont la part dans le prix à la consommation est t.

On supposera par ailleurs que l'utilisation de l'itinéraire routier donne lieu à la perception d'un péage p. Les investissements envisagés permettent d'accroftre le trafic de dT, et, par ailleurs, entraînent des économies d'essence.

Pour plus de simplicité :

- on négligera les autres dépenses nécessaires pour circuler et par conséquent les économies y afférentes
- on supposera que l'impôt sur l'essence est le seul impôt indirect.

Les biens et services considérés sont alors :

- le trafic T donnant lieu 8 la perception d'un péage p
- l'essence dont la consommation totale est q_e, le prix à la consommation p_e , l'impôt unitaire est égal à tp_e ;
- les autres biens repérés par l'indice i (1....n)

Les entreprises sont :

- l'entreprise d'exploitation de route (indice r)
- l'entreprise de production d'essence (indice e)
- les autres repérées par l'indice h

De plus, **l'Etat gère** des services publics généraux repérés par l'indice l .

34.23 - <u>Résolution du **modèle**</u>

soit e la consommation unitaire d'essence initialement nécessaire par unité de trafic.

L'utilité marginale d'une unité de trafic pour chaque consommateur est proportionnelle A :

$$p + e\, p_e$$

La variation d'utilité collective liée A l'investissement envisage est alors

$$dU = (p + e\, p_e)\, dT + \sum_i p_i\, dq_i + \sum_\ell v_\ell\, ds^\ell$$

sous les conditions de validité précisées plus haut.

Sous la double **hypothèse,** que les services publics n'ont pas d'incidence sur les fonctions de production des entreprises et que d'autre part ils sont gérés de façon **optimale,c'est-à-dire** que l'on a

$$\sum_i p_i\, dq_i^\ell + v_\ell\, ds^\ell = 0$$

On peut écrire :

$$dU = (p + e\, p_e)\, dT + \sum_i p_i\, dq_i - \sum_{i\ell} p_i\, dq_i^{\ell-}$$

Par ailleurs, dans **l'hypothèse** du plein **emploi,** on a :

$$q_i = \sum_h q_i^h + q_i^e + q_i^r + \sum_\ell q_i^\ell$$

et donc :

$$\sum_i p_i\, dq_i = \sum_{ih} p_i\, dq_i^h + \sum_i p_i\, dq_i^e + \sum_i p_i\, dq_i^r + \sum_{i\ell} p_i\, dq_i^\ell$$

Ces divers termes peuvent s'interpréter **comme** suit :

- $\sum_{ih} p_i dq_i^h$ est la variation de revenu des entreprises h il est nul **si** ces entreprises maximisent leur revenu, ce que nous supposerons.
- $\sum_i p_i dq_i^e$ est la variation de dépenses $- dD_e$ A prix constants de l'entreprise productrice d'essence.
- $\sum_i p_i\, dq_i^r$ est la variation de dépense $- d\,D_r$ A prix constant de l'entreprise d'exploitation des routes.

-le dernier terme, enfin, est la variation de dépenses, A prix constant,des services publics. Si l'on admet **l'hypothèse de "bonne gestion"** de ces services publics, ce terme s'annulera avec le terme $\Sigma_\ell v\, ds^R$ de la variation d'utilité collective.

La variation d'utilité collective peut alors s'écrire :

$$dU = (p + e\, p_e)\, d\, T - d\, D_e - d\, D_r$$

De plus, on peut supposer que l'entreprise de production d'essence maximise son revenu en tenant compte du prix "hors taxe" (1 - t) Pe, ce qui entraîne :

$$(1 - t)\, p_e\, d\, q_e = d\, D_e$$

Par ailleurs, la consommation d'essence est égale à

$$q_e = e\, T$$

$$d\, q_e = T\, de + e\, d\, T$$

de représente les économies d'essence, à l'unité de trafic, que permet l'investissement envisagé.

Compte tenu de ce qui précède, on peut alors écrire :

$$d\, U = (p\, d\, T - d\, D_r) + p_e\, (t\, d\, q_e - T\, d\, e)$$

On a ainsi ramené la variation d'utilité collective à deux termes :

a) $p\, d\, T - d\, D_r$ représente la variation de revenu de l'entreprise routière, évaluée à prix constant. Cette variation elle-même se décompose de la façon suivante :

- à l'actif le produit des péages procurés par le trafic induit,
- au passif, le coût de l'investissement et des dépenses d'entretien relatifs à l'extension envisagée.

b) Le deuxième terme, dont l'interprétation répond au problème que nous nous sommes posés peut s'écrire sous deux formes différentes :

soit $t\, p_e\, dq_e + p_e\, T\, (- d\, e)$

soit $p_e\, (1 - t)\, T\, (- de) + p_e\, t_e\, d\, T$

Sous la première forme, le premier terme exprime la variation de valeurs du produit des taxes sur l'essence (à prix constant) positif si la consommation globale s'accroît, négatif dans le cas contraire ; le second terme représente la valeur des économies d'essence "taxe incluse" réalisées par les usagers constituant le trafic initial (ce terme est positif puisque de est négatif).

Sous la seconde forme, ce terme apparaît comme la somme de la valeur "hors taxes" des économies d'essence réalisées sur le trafic initial et de l'accroissement des taxes encaissées par l'Etat du seul fait de l'augmentation du trafic.

Dans le cas particulier où il n'y a pas de trafic "induit" (d T = o) la variation d'utilité collective prend une forme particulièrement simple.

$$d\, U = - d\, D - p_e\, (1 - t)\, T\, d\, e$$

La variation d'utilité collective est égale à la différence entrelavaleur de l'économie d'essence évalué hors taxe et les dépenses supplémentaires du gestionnaire des routes entraînées par l'extension de capacité.

34.24 - Conclusions

L'analyse qui vient d'être effectuée, montre, sur un exemple particulièrement significatif, comment on peut tenir compte de la présence de l'Etat et du système fiscal dans un calcul économique. 11 met en évidence que la solution ne peut être obtenue que moyennant la mise en oeuvre d'un modèle global de l'économie, et que le recours à l'intuition peut être trompeur.

Par ailleurs, il montre qu'a chaque étape du calcul, des hypothèses strictes sont faites, conditionnant ainsi la validité des résultats obtenus.

On peut remarquer également que l'introduction des autres économies entraînées par l'amélioration des conditions de circulation(pneumatiques, réparation,...) ne pose pas de problème spécial et n'apporterait pas d'enseignement particulier du point de vue que nous avons adopte. Ces économies sont A retenir, A leur valeur pour l'usager : elles interviennent, en effet,pour cette valeur,dans la variation d'utilité collective (à la condition, évidemment, que les entreprises de production correspondantes, maximisent leur revenu A prix constant).

IV. coût marginal et politique de prix

Les premiers chapitres ont montré le rôle que la théorie économique assigne aux coûts marginaux dans la fixation des prix. Ce rôle apparaît déterminant pour des décisions prises dans une économie dont le fonctionnement repose sur les règles du marché Il est important, pour cette raison, de préciser un certain nombre de points relatifs au calcul des coûts marginaux et de la politique tarifaire.

Il apparaît que le problème de la fixation d'un tarif sur la base de coûts marginaux soulève deux types de difficultés.

Il s'agit d'abord de bien préciser la nature de la prestation dont on veut calculer le coût. Pour parler coût marginal, il faut connaftre, par exemple, lorsqu'il s'agit d'un transport, la quantité des biens à acheminer, les modalités d'acheminement (importance des envois), peut-être le conditionnement, la date du transport et naturellement l'origine et la destination.

Il s'agit ensuite de rechercher avec soin toutes les dépenses que le transport supplémentaire présentant de telles caractéristiques occasionne, ce qui signifie, par exemple, que l'on ne s'arrête pas à l'analyse des dépenses directes, mais que l'on se préoccupe des répercussions sur les retours à vide de matériels ainsi que sur d'autres postes de dépenses liés de façon moins évidente à la prestation à assurer.

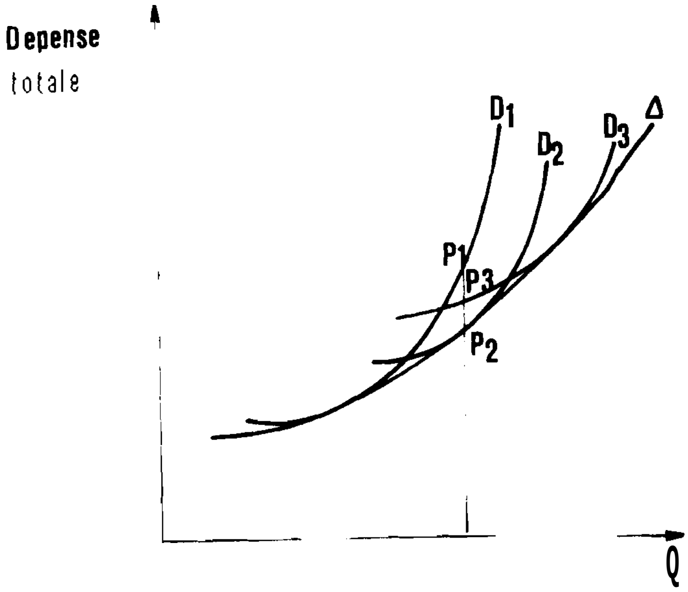
Pour illustrer la manière de conduire cette analyse, un certain nombre de cas sont examinés. On va d'abord s'arrêter à l'analyse du rôle spécial que joue le facteur équipement dans la formation des coûts.

41 cout marginal a court terme et a long terme

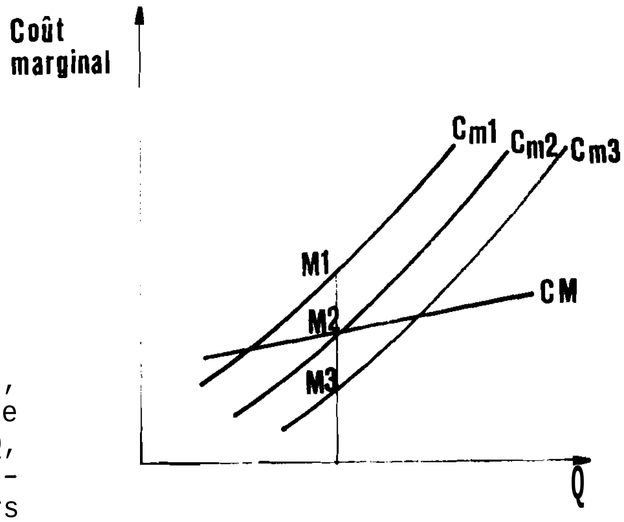
Supposons que nous ayons à déterminer le coût marginal de transports pour une entreprise qui possède un camion.

Pour acheminer un certain trafic que l'on suppose, pour simplifier, constant chaque année, soit Q, la dépense totale de l'entreprise apparaît comme une fonction de Q et des caractéristiques du camion qu'elle utilise (par exemple sa capacité), soit Z une variable qui caractérise le matériel utilisé.

Pour un véhicule, la dépense totale de production est représentée par une des courbes D du graphique ci-joint. Cette courbe présente la caractéristique d' être croissante lorsque le trafic augmente, mais augmente très vite dès que le trafic approche d'un certain seuil qui caractérise la saturation de l'utilisation de l'équipement.



Si l'on utilise un équipement de capacité plus grande (courbe D_2) lorsque le trafic est faible, l'équipement de taille Z_2 entraîne des dépenses totales plus fortes mais il permet d'assurer un trafic supérieur sans pour autant échapper A la limite que constitue la saturation. D'où la forme de la courbe D_2 et sa place par rapport A la courbe D_1.



On peut imaginer ainsi un ensemble de courbes représentant les fonctions de dépenses dites "à court terme", ce qui signifie qu'elles sont "A équipement donné". L'ensemble de ces courbes présente une enveloppe qui a la propriété caractéristique suivante : au point de contact, c'est-A-dire, lorsqu'un équipement Z travaille au niveau d'activité Q, abscisse du point de contact de la courbe D et de la courbe A, on obtient le minimum de la dépense de production nécessaire pour fournir Q, c'est-A-dire la plus petite de toutes celles que permettent d'atteindre les divers équipements de taille Z, qu'ils soient plus petits que Z_2 (cas Z_1) ou plus grands (cas Z_3).

La courbe A apparaît ainsi comme représentant la dépense minimum de production pour produire Q, ce minimum étant atteint par le dimensionnement adéquat de l'équipement utilisé. La courbe A représente une fonction qui parfois est appelée <u>fonction de dépenses à long terme</u>. Il s'agit en fait d'une appellation impropre, si l'on se réfère à la définition donnée ci-dessus. Le seul cas où l'évolution réelle d'un équipement pourrait se rapprocher de l'indication donnée par la courbe A est celui où l'on exprimerait comment varie la dépense de production dans le cas d'un équipement qui serait successivement et intégrale-ment renouvelé après usure par des équipements de tailles différentes.

Comme cela a été fait au chapitre 11, il est facile de déduire des fonctions de dépenses décrites ci-dessus des coûts marginaux. A la fonction dépenses à court terme, c'est-8-dire à équipement donné, correspond un coût marginal C_m, dit à court terme ou d'exploitation. A la fonction dépenses à long terme, correspond un coQt marginal à long terme CM.Les courbes représentatives des variations de chacun de ces coûts marginaux par rapport à la quantité produite sont représentées sur le graphique précédent.

Le coût marginal à court terme apparaît comme étant celui qui exprime comment varient les dépenses de production pour faire face à un accroissement d'activité lorsque 1'on ne modifie pas l'équipement dont on dispose pour la production. Le coût marginal à long terme est, au contraire, le coût de production d'une unité supplémentaire, lorsque l'on s'arrange pour que la taille de l'équipement reste adaptée au volume de production.

La forme des courbes de dépenses montre que : lorsqu'un équipement est utilisé à un niveau de production supérieur au niveau qui est adapté à sa taille (cas M_1), le coQt marginal à court terme est supérieur au coQt marginal à court terme que permet d'obtenir l'équipement qui travailleàla capacité adaptée(cas M_2), ce dernier étant d'ailleurs égal au coQt marginal à long terme pour ce niveau de production(propriété qui résulte du fait que la courbe A est l'enveloppe des courbes D).

Si, au contraire,un équipement travaille à un niveau inférieur à celui de sa capacité(cas M_3),le coQt marginal à court terme est inférieur au coût marginal à long terme.

Il apparaît ainsi que si un équipement est sous-utilisé, le coût marginal de production est "faible" et, qu'au contraire, si l'équipement est sur-utilisé, le coût marginal est "élevé", situation qui s'apprécie naturellement par rapport au coût marginal dans le cas où l'équipement est adapté, coût qui est égal au coût marginal à long terme et qui représente, on le sent du moins, la situation optimum.

La notion du coQt marginal à court terme et à long terme,qu'il est difficile de définir en termes précis dans les cas concrets est néanmoins importante car elle met en évidence la propriété suivante : les tarifs étant fixés au niveau des coûts marginaux, il est important d'adapter la taille de l'équipement au niveau de la production ; sinon les recettes ne seront pas en rapport avec les dépenses. Il convient d'ailleurs de noter que, du point de vue économique, la situation de sous-utilisation est tout aussi préjudiciable que celle de sous-équipement. Cette règle fondamentale doit toutefois,dans la pratique, être précisée selon les données réelles du problème étudié.Le paragraphe suivant montre comment elle s'exprime dans certaines circonstances.

Les raisonnements qui précèdent ont été conduits sur la seule base de la forme des courbes représentées sur les schémas.A titre d'exercice,il est intéressant de donner la formalisation mathématique du raisonnement précédent.

La fonction de dépenses à court terme apparaît ainsi comme une fonction de Q et de Z

$$D = D\ (Q,\ Z)$$

Le coût marginal à court terme est la dérivée partielle de la fonction D par rapport à Q :

$$C_m = \frac{\partial D}{\partial Q}$$

C'est une fonction de Z et de Q. La taille de Z de l'équipement adapte au niveau donne Q de production est telle que pour cette valeur de Z, la dépense D est minimum, soit

$$\frac{\partial D}{\partial Z} = 0$$

Le coût marginal à long terme est celui qui est obtenu en calculant la dérivée de la fonction D dans le cas où Z reste adapté à la production, c'est-a-dire Z étant une fonction de Q

$$C_M = \frac{\partial D}{\partial Q} + \frac{\partial D}{\partial Z}\ \frac{dZ}{dQ}$$

On constate bien que lorsque un équipement travaille au niveau de production adapté à sa capacité $\left(\frac{\partial D}{\partial Z} = 0 \right)$, on a :

$$C_M = C_m$$

42 l'incidence de la forme de la demande sur le tarif

Nous allons maintenant examiner dans un certain nombre de circonstances particulières, comment se pose le problème de l'adaptation des tarifs aux coûts marginaux.

42.1 - Demande déséquilibrée

Lorsque la demande de transport est déséquilibrée, le problème consiste à savoir quelle est la répercussion sur les coûts d'exploitation d'un réseau de transport, d'une augmentation de trafic qui implique des retours à vide.

Il est bien clair que le coût marginal doit couvrir la variation des dépenses de retours à vide qu'entraîne le transport supplémentaire. La difficulté réside dans l'élaboration d'une méthode qui permette de tenir compte de ces déplacements à vide de façon systématique et correcte.

KOOPMANS a proposé un modèle qui utilise la technique'de la programmation linéaire pour résoudre le problème. La présentation du modèle de KOOPMANS dépasse le cadre de ce manuel mais il est intéressant toutefois d'en donner les conclusions.

Le modèle de KOOPMANS montre qu'à l'organisation optimum des dépla ements en charge et à vide sur un réseau de transport, correspond un système de prix égaux aux coûts marginaux et que ce système de prix produit des recettes qui couvrent la totalité de depenses de transport en charge comme à vide (1). Les coûts marginaux de transports entre les points i et j, soit u_{ij}, s'obtiennent en ajoutant au coût de ransport en charge t_{ij}, la différence de cote des points d'origine et de destination(soit $v_i - v_j$)

$$u_{ij} = t_{ij} + v_i - v_j$$

L'ensemble des cotes des points d'embarquement et de débarquement dépend des déplacements de matériels vides organisés de façon optimum, et sont déterminés par le coût des déplacements à vide, le long des itinéraires d'acheminement optimum.

Pour le tronçon sur lequel une circulation à vide existe, si s_{ij} est le coût d'acheminement, on a :

$$v_j - v_i = s_{ij}$$

Si le réseau de transports se réduit à un seul axe, on retrouve des résultats évidents : lorsque le transport supplémentaire se fait dans le sens le plus chargé, le coût marginal est égal au coût du déplacement en charge, augmenté de celui du retour à vide. Si, par contre, le transport supplémentaire se fait dans le sens le moins chargé, le coût marginal de transport est simplement égal à l'excédent du coût du déplacement en charge sur le coût du déplacement à vide. Le modèle de KOOPMANS apparaît finalement comme la généralisation de ce résultat élémentaire au cas d'un réseau quelconque.

Ainsi présentée, la prise en compte de déplacements à vide peut sembler conduire à une différenciation très importante des tarifs suivant le sens de parcours lorsque le trafic est déséquilibré.

Il convient de remarquer que, dans la pratique, la différence des coûts marginaux lorsque le réseau est complexe, n'est toutefois, pour la majorité des liaisons, pas aussi grande qu'elle l'est dans le cas d'un simple axe de transport. Par ailleurs, si la différence des tarifs devait s'établir au niveau qu'indique le raisonnement précédent, il est très probable que se produirait alors une rénction de la demande de transport qui pourrait bien être telle que la demande de trafic sur le sens le plus chargé devienne du même ordre que celle sur le sens le moins chargé, les tarifs restant naturellement

(1) C'est une conséquence de la linéarité des équations et des contraintes

plus élevés dans le sens où la demande était initialement plus forte.

Ces circonstances montrent que l'application d'une tarification fondée sur les coûts marginaux peut entraîner des réactions de la demande qui contribuent à atténuer les différences que suscitent les caractéristiques du trafic.

Lorsque l'on essaie de calculer dans des cas réels des tarifs adaptés aux déséquilibres de trafic, conformément aux principes énoncés dans ce chapitre, il est nécessaire de s'assurer que les déséquilibres observés présentent une stabilité suffisante dans le temps. Une expérience concrère faite dans le cas du réseau ferré français a d'ailleurs montré que l'on observait une stabilité nettement plus grande dans la cote des divers points du réseau que dans les itinéraires de déplacements à vide, ce qui permet de penser que des tarifs qui tiendraient compte des déplacements à vide, comme il est dit ici, seraient relativement plus stables que les déplacements de matériel à vide nécessaires pour acheminer le trafic, suivant les époques de l'année.

42.2 - DEMANDE SAISONNIERE

Le simple bon sens montre que lorsque la demande de transport n'est pas régulière au cours de l'année, une demande supplémentaire, qui parait en période de pointe, coût plus cher à satisfaire que si elle se manifestait en période creuse : les coûts marginaux en période de pointe sont plus élevés que les coûts marginaux en période creuse. Si le sens de la variation des coûts marginaux en fonction des fluctuations saisonnières de la demande est clair, l'expression quantitative de ces variations est, en revanche, beaucoup plus délicate. Là aussi il s'agit largement de cas d'espèces. Un manuel ne peut décrire que quelques circonstances forcément schématisées.

- Imaginons d'abord le cas d'un équipement dont la durée est grande (en la supposant infinie) et dont l'utilisation annuelle T est constante pendant toute la durée de vie de l'équipement. Si une demande supplémentaire entraîne l'acquisition d'un nouvel équipement dc cette nature, le coût marginal A de cette demande pendant toute la durée de vie de l'équipement est égal au coût de l'investissement I augmenté de la somme actualisée des dépenses annuelles d'exploitation (e par unité de temps), soit :

$$A = I + \frac{e\,T}{i}$$

Il est souvent utile d'exprimer le coût marginal en le ramenant à celui de la production pendant une unité de temps chaque année : soit a ce coût marginal. A est égal à la somme actualisée des recettes annuelles que procure a (soit aT) :

$$A = \frac{a\,T}{i}$$

Le coût marginal annuel apparaît ainsi égal à

$$a = e + \frac{iI}{T}$$

On verra plus loin que le terme iI apparaît comme la valeur de l'amortissement économique de l'équipement.

Dans ce cas trks simple, il est clair que si la durée annuelle de l'utilisation de l'équipement diminue, le coût marginal augmente mais il faut bien noter les limites de cet exemple : nous avons simplement calculé le coût marginal dans l'hypothèse d'un équipement utilisé, chaque année, pendant la même période et dans l'hypothèse où cette période viendrait à augmenter (il s'agit naturellement de la même augmentation chaque année).

- Dans la pratique, lorsque l'on doit satisfaire une demande saisonnière, la situation est toute différente. En général, d'une année sur l'autre la forme de la demande se retrouve mais son niveau a varie. Par ailleurs, pour satisfaire cette demande, on dispose d'un ensemble d'équipements dont les caractéristiques ne sont jamais les mêmes, ne serait-ce que par suite du fait qu'ils ont été acquis successivement au cours du temps (en fonction du développement de la demande d'une année sur l'autre) et que, de ce fait, ils présentent des dépenses d'exploitation qui vont en croissant avec l'âge par suite simplement du vieillissement de l'équipement auquel s'ajoute, parfois, un effet d'obsolescence.

Lorsque l'on doit ainsi satisfaire une demande saisonnière en utilisant un parc de matériel dont les dépenses d'exploitation varient, il est clair que pour minimiser les dépenses d'exploitation de l'année, il convient de faire fonctionner le plus longtemps possible des équipements dont les dépenses d'exploitation sont les plus faibles. On est ainsi conduit à hiérarchiser les divers équipements dont on dispose suivant 1 'ordre croissant de leurs dépenses d'exploitation unitaire.

A une époque x de l'année, le coût marginal de production est égal aux dépenses d'exploitation de l'unité marginale qui doit être mise en service à cette époque. En fixant le tarif au niveau de ce coût marginal, on est conduit à percevoir des recettes qui, pour toutes les tranches de production assurées par les autres unités de coût d'exploitation plus faibles, entraînent un excédent des recettes sur les charges d'exploitation de chacune de ces unités. Il apparaît ainsi que, pour chacune des unités du parc qui est utilisée pendant la période T de l'année, les recettes procurées par son utilisation dépassent le total des charges d'exploitation correspondantes soit eT. Si l'on appelle A cet excédent des recettes sur les charges d'exploitation de l'année pour l'unité considérée, on démontre que si le parc de matériel est correctement dimensionné pour faire face aux évolutions de la demande (au cours des saisons et d'une année sur l'autre), la somme actualisée des valeurs A annuelles est égale à la valeur de l'investissement initial I_o

$$\sum \bar{A} = I_o$$

On peut retrouver dans ce cas la propriété énoncée au § 15.1 à propos du coût marginal à court terme et à long terme. Si le parc de matériel est sur-équipé, ce qui peut résulter du fait que la demande est plus faible que celle prévue, le coût marginal à l'époque x de l'année sera toujours celui de l'unité marginale qui assure la production, mais la demande étant plus faible, cette unité marginale est classée à un niveau inférieur dans la hiérarchie des équipements : on retrouve bien ici la conséquence qu'entraîne un sur-équipement : le coût marginal est dans ce cas plus faible que dans le cas du parc de capacité adapté.

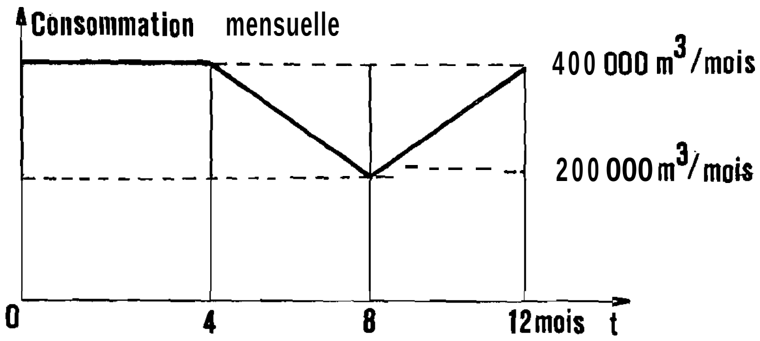
Par ailleurs, le coût marginal étant plus faible, la grandeur A (excédent des recettes sur les dépenses d'exploitation) sera elle-même plus faible si bien, qu'au total, pendant la durée de vie de l'équipement

$$\sum \bar{A} < I_o$$

En cas de sur-équipement, les recettes ne permettent plus d'assurer la couverture des investissements. En cas de sous-équipement, le raisonnement est le même et les conclusions opposées.

- Exemple : le lecteur pourra s'exercer à résoudre, dans l'esprit de ce qui vient d'être dit, l'exercice suivant :

La demande de gaz des abonnés d'une agglomération est représentée par le diagramme de charge de la figure ci-dessous :



Pendant les quatre mois de pointe, la consommation est de 400 000 m3/mois

Pendant les huit autres mois, elle est comprise entre : 200 000 m3 et 400 000 m3, le diagramme de charge étant linéaire.

Pour satisfaire la demande en gaz de l'agglomération, on dispose de trois sources possibles :

1 - du gaz de gazogène, fourni par des installations existantes dont la capacité est de 80 000 m3/mois et le coût marginal de production à court terme de 8 F/m3.

2 - du gaz de cokerie, fourni par une cokerie existante dont la capacité est de 320 000 m3/mois et le coût marginal de production à court terme de 4 F/m3.

3 - du gaz naturel craqué. L'installation de craquage n' existe pas. Le coût de sa création est, avec un amortissement annuel total constant, proportionnel à la capacité de l'installation et égal à 0,9 F. par m3 produit lorsque la capacité est pleinement utilisée toute l'année. Le coût de production d'un m3 de gaz est en outre de 3 F.

On demande de déterminer la politique optimum de livraison de gaz à l'agglomération ainsi que la politique de prix de vente qui est proposée pour la production obtenue avec la politique optimum.

- Réponse : Il convient d'assurer pour 230 000 m3 par mois la fourniture de gaz avec du gaz craqué et pour le reste, soit 170 000 m3 par mois avec du gaz de cokerie. Le gaz craqué est évidemment celui qui est utilisé toute l'année.

  Le prix de vente doit être de 3 F. lorsque la demande est inférieure à 230 000 m3 (pendant 1 ou 2 mois) et de 4 F. lorsqu'elle lui est supérieure (le reste de l'année).

42.3 - DEMANDE ALEATOIRE, SERVICE GARANTI OU NON

La demande de transport est dite aléatoire si, pour un système de tarifs, la valeur qu'elle prend à chaque époque est une variable aléatoire.

La loi de répartition de cette variable aléatoire peut avoir des paramètres indépendants du temps ou variables avec le temps'.

Nous allons limiter nos réflexions au cas où la valeur moyenne est constante dans le temps. Si elle devait varier, on surimposerait aux conséquences qui vont être examinées ici, celles vues au § précédent.

Il s'agit de la demande totale, qui résulte de demandes individuelles. Nous supposerons ces demandes individuelles indépendantes et en grand nombre.

Nous serons amenés à introduire deux types de service de transport :

- l'un garanti avec une probabilité de défaillance fixée β (si β est très petit, ce cas correspond à l'hypothèse où il y a obligation de transporter.).
- l'autre non garanti

Pour chacun de ces biens, nous supposons la demande connue, et sa loi de probabilité suffisamment schématisée par deux paramètres : valeur moyenne $\bar{T}$ et écart type a

- Calcul de la marge de sécurité pour la capacité,

Si les demandes individuelles sont nombreuses et indépendantes, la demande totale est gaussienne. Dans ce cas, la probabilité P, pour que la demande totale excède un niveau T_o, est liée à l'écart réduit. $k = \dfrac{T_o - \bar{T}}{\sigma}$

par une relation $p = p(k)$

Si l'on se fixe une probabilité de défaillance β, c'est-à-dire un service de transport garanti à $1 - \beta$, il faut donner au parc une dimension T_o, telle que

$$T_o = \bar{T} + k\sigma$$
$$p(k) = \beta$$

avec

$\bar{T}$ correspond à la demande moyenne

ucaractérise l'irrégularité de la demande

Une tarification erronée du service transport à assurer peut consister à négliger l'effet de la garantie du transport, donc à sous-estimer l'influence, sur le parc, du service de transport que l'on veut facturer et à ne lui imputer que la part correspond à la demande moyenne (celle que l'on enregistre facilement). Nous nous limitons ici à l'examen de la part des dépenses qui correspond à la couverture des charges fixesde matériel. Il faudrait lui ajouter dans un cas concret la valeur du coût marginal d'exploitation.

- <u>Coût marginal de la demande moyenne</u>

Si T_i est la demande du client i, $\bar{T}$ sa demande moyenne

$$\bar{T} = \sum_i \bar{T}_i$$

Si la demande de i se fixait à $\bar{T}_i + \overline{\Delta T_i}$, on constaterait un accroissement de demande moyenne totale.

$$\overline{\Delta T} = \overline{\Delta T_i}$$

donc une dépense supplémentaire pour le parc de $S.\ \overline{\Delta T}$ en appelant S la dépense annuelle supplémentaire par unité de capacité.

Le coût marginal de la demande moyenne s'établit finalement à

$$\frac{S \ \overline{\Delta T}}{\overline{\Delta T}} = S$$

L'accroissement $\overline{\Delta T_i}$ que nous facturons au tarif S est un accroissement définitif. S'il n'était que passager ce ne serait qu'une variation aléatoire qui influerait sur la dispersion et serait facturé comme il est dit ci-dessous.

- <u>Coût marginal du paramètre "irrégularité"</u>

Si σ_i est l'écart type du client i, en vertu des hypothèses faites sur les demandes individuelles, on peut écrire :

$$\sigma^2 = \sum_i \sigma_i^2$$

Si le comportement du client i se modifie, par exemple par suite de la construction d'un stockage régulateur, σ_i peut varier de A σ_i. Dans ces conditions, l'influence sur σ est :

$$\sigma \Delta \sigma = \sigma_i \Delta \sigma_i$$

et sur T_o

$$\Delta T_o = k \Delta \sigma = k \frac{\sigma_i}{\sigma} \Delta \sigma_i$$

donc sur les dépenses :

$$k S \frac{\sigma_i}{\sigma} \Delta \sigma_i$$

Le coût marginal de l'irrégularité du client est donc

$$k \frac{a_i}{a} S$$

- <u>Recettes procurées par la vente du service à son coût marginal</u>

Elles proviennent :

- de la facturation des demandes moyennes

$$\sum_i S \bar{T}_i = S\bar{T}$$

- de la facturation des irrégularitésindividuelles

$$\sum_i k S \frac{\sigma_i}{\sigma} \sigma_i = k S \sigma$$

Ainsi dans ce cas, les recettes procurées par la vente du service à son coût marginal équilibrent la totalité des dépenses soit :

$$S T_o = S (\bar{T} + k a)$$

Si, par suite d'une analyse erronée, seule la demande moyenne avait été facturée, les recettes $S\bar{T}$ ne couvriraient pas la totalité des charges ST_o.

- <u>Effet d'une telle tarification sur les clients</u>

Le client i qui consomme des services de transport avec la garantie $1 - \beta$, paie

$$S \bar{T}_i + S k \frac{\sigma_i^2}{\sigma}$$

Posons :

$$\theta_i = \bar{T}_i + k \frac{\sigma_i^2}{\sigma}$$

On voit que le caractère aléatoire de la demande du client i revient à lui facturer, au prix qu'on lui ferait payer si sa demande était parfaitement régulière, une demande fictive θ_i supérieure à T_i dans le rapport :

$$\frac{\theta_i}{T_i} = 1 + k \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma} \frac{a_i}{T_i}$$

On voit que le coefficient d'augmentation tient compte :

- par . de la garantie attachée au service de transport
- par $\frac{\sigma_i}{\sigma}$ de l'irrégularité relative du client i par rapport à celle de l'ensemble de la clientèle
- par $\frac{\sigma_i}{T_i}$ de l'importance de l'irrégularité propre du client i

- Service non garanti

Ce qui précède suppose que le service non garanti est gratuit (on ne tient pas compte de la couverture des charges proportionnelles qui doit se faire dans tous les cas).

Ceci n'est possible que si la valeur moyenne de la demande non garantie n'excède pas la capacité résiduelle moyenne

$$T_o - \bar{T} = k\sigma$$

car une extension de la demande non garantie n'entraîne aucun frais dans ces conditions.

Si la demande non garantie moyenne dépasse $k\sigma$, il faut la facturer à un prix p' tel que les recettes soient maximum sans tenir compte de l'éventuelle composante monopolistique du prix optimum).

Lorsque l'irrégularité de T_i s'accroît de : $\Delta\sigma_i$ l'augmentation de dépenses n'est plus que de :

$$(S - p')\,k\,\Delta\sigma = (S - p')\,k\,\frac{\sigma_i}{\sigma}\,\Delta\sigma_i$$

Car il faut tenir compte des recettes provenant de l'augmentation de capacité offerte pour satisfaire la demande non garantie.

Ainsi le recouvrement des dépenses afférentes à la marge de sécurité est partagé entre la facturation des irrégularités et la vente de services non garantis.

Cette analyse peut paraître quelque peu théorique et pourtant elle schématise bien un contexte réel et très répandu.

Il est facile de trouver des exemples de trafics irréguliers et aléatoires pour lesquels les problèmes que nous évoquons ici sont essentiels : tel est le cas en particulier du transport aérien, et les considérations précédentes ont trouvé une large application dans la fixation de certains tarifs des transports aériens intérieurs aux Etats-Unis et progressivement l'exemple est suivi pour les tarifs des transports internationaux.

La prise en considération du caractère aléatoire de la demande apporte par ailleurs la solution du paradoxe du "voyageur de Calais" opposé souvent aux tenants de la tarification marginale (1).

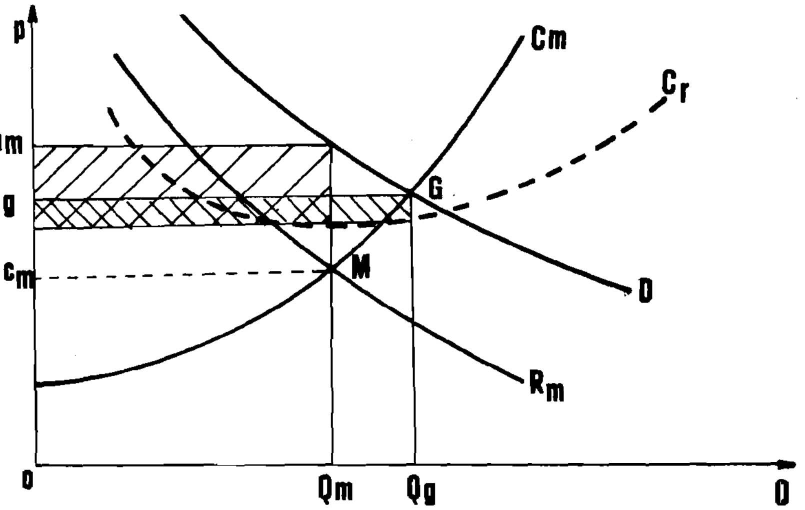
Elle correspond à une nécessité concrète importante : c'est en définitive la façon de donner un contenu économique à la notion d'obligation de transporter, et le moyen d'apprécier le conséquences de cette contrainte sur le plan économique.

43 le probleme des discontinuites d'equipement

43.1 - POLITIQUE DE PRIX OPTIMALE DANS LE CAS D'UN MONOPOLE

Il n'est pas inutile tout d'abord de rappeler quelle doit être, dans l'optique de l'intérêt général, la politique de prix du gestionnaire d'une entreprise disposant d'un monopole.

Il a été montré au paragraphe 11.43 que la politique "naturelle" d'un monopole, orientée par la recherche du profit maximum conduisait à égaliser coût marginal et recette marginale (CH.I fig.3). Mais nous avons vu ensuite que lea conditions d'optimum de gestion conduisaient à retenir comme politique de prix conforme à l'intérêt général celle qui résultait de la maximation du profit à prix constant,c'est-à-dire à égaliser cette fois coQt marginal et prix. Lee résultats de ces deux politiques sont représentés sur la figure ci-desaoua, les points M et G représentant respectivement les deux politiques qui viennent d'être rappelées.



La politique de prix optimale ainsi définie par opposition A la pratique monopolistique concerne la gestion d'une entreprise à niveau d'équipement donné ou d'un équipement existant ; la courbe de coût marginal considérée ici est donc La courbe de coQt marginal "à court terme". Les résultats développés au point 41 concernant l'optimum de dimensionnement et l'égalisation du coQt marginal à long terme et du prix sont évidemment également valables dans le cas d'un monopole s'il existe une gamme parfaitement continue de capacités d'équipement.

---

(1) Un voyageur seprésente à la gare du Nord pour prendre le train pour Calais, L'employé à qui il demande un billet veut le lui vendre au coût marginal.L'employé consciencieux trouve alors que le tarif dépend des circonstances. Si un train est en partance et qu'il reste de la place, le tarif sera la coQt de l'énergie supplémentaire de l'usure de la moleskine du siège. Si le train est complet et qu'il faille lui ajouter une voiture, le tarif est égal au coût de la circulation de cette voiture supplémentaire. S'il n'y a pas de train pour Calais, notre voyageur paiera pour le train entier mis en circulation pour satisfaire sa demanda

Si la voie n'était pas construite peut être, à condition qu'il accepte dedifférer sa demande de quelques années, notre voyageur severrait-il réclamer le coût de construction de la voie . L'employé de conclure au caractère irréaliste d'une tatification fondée sur les coûts marginaux.

43.2 - SCHEMATISATION DU PROBLEME TARIFAIRE POUR UN EQUIPEMENT DE CAPACITE LIMITEE ET INELASTIQUE

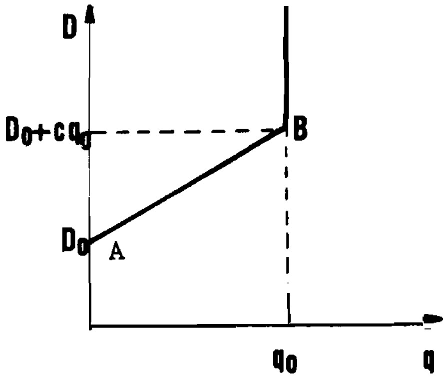
43.21 - Définition de la fonction de production

Pour schématiser au maximum les développements relatifs au problème de la discontinuité, on commencera par analyser le problème tarifaire dans le cas d'une forme particulièrement simple de la fonction de dépenses relatives à un équipement donne et caractérisée par les hypothèses suivantes :

- limitation bien définie de la production possible soit Qo
- constance du coût marginal c dans tout l'intervalle la production est possible $(Q < Q_o)$
- existence de "dépenses fixes "incompressibles quel que soit le niveau de la production soit Do.

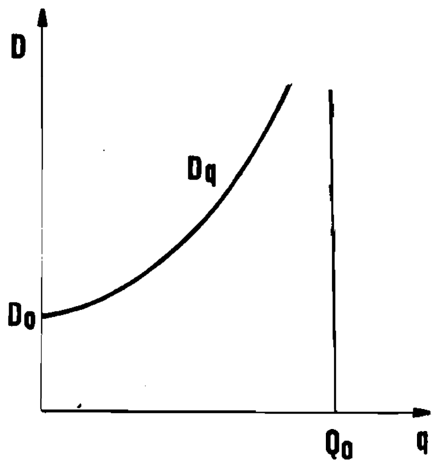
La fonction de dépense est alors :

$$D\ (Q) = Do + CQ \quad Q \leqslant Qo$$



La courbe de la fonction est ci-contre représentée sur la figure.

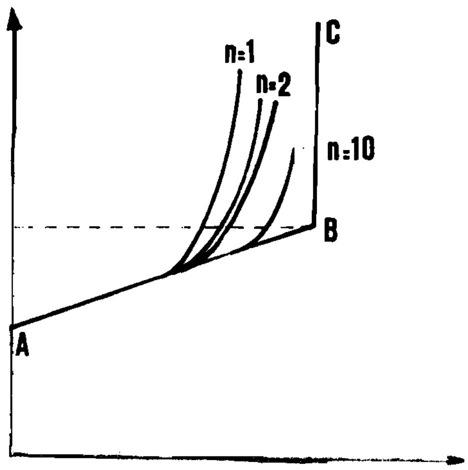
Le lecteur peut alors s'interroger sur la signification de la branche verticale de la courbe BC et se demander pourquoi la représentation n'est pas limitée au segment AB.



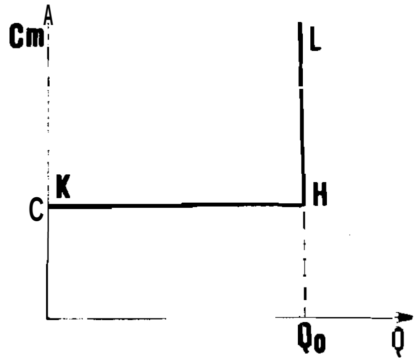
En fait dans la plupart des cas concrets la limitation de la production aura plutôt un caractère asymptotique la production pouvant être accrue au fur et à mesure qu'approche la saturation aux prix de dépenses marginales de plus en plus élevées, l'allure de la courbe de dépense est alors celle représentée par la figure ci-contre.

La forme algébrique des fonctions de dépenses peut ainsi être du type :

$$D\ (Q) = Do + CQ + \frac{k}{(Qo-Q)\,n} \quad Q \leqslant Qo$$



On voit que pour les valeurs fixées de Do, C et k, les fonctions de dépenses pour des valeurs de n croissantes se déforment comme il est indique sur la figure et viennent pour des valeurs* grandes de n se confondre avec la courbe anguleuse ABC. Il est donc naturel d'inclure la branche verticale dans la représentation de la fonction de coût puisque il s'agit en iait d'une schématisation du caractère asymptotique de la fonction de dépenses, Lea considérations précédentes s'appliquent également à la représentation graphique du coOt marginal KHL sur le graphique



ci-contre lafonction algébrique Cm= C Q ⩽ Qo apparaissant également comme la limite pour n infini de la fonction :

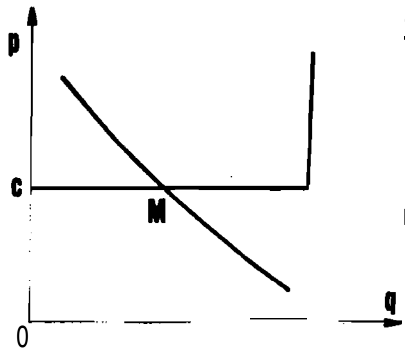
$$Cm = C + \frac{n\,K}{(Qo - Q)^{n+1}} \qquad Q \leqslant Qo$$

Malgré leur caractère schématique, de telles fonctions peuvent se rencontrer dans le secteur des transports : ainsi dans le cas d'une ligne de chemin de fer métropolitain, pour une signalisation donnée conduisant à un intervalle limite entre deux convois successifs la fonction de dépenses , présente une telle allure (en incluant dans les dépenses variables les charges de capital relatives au matériel roulant).

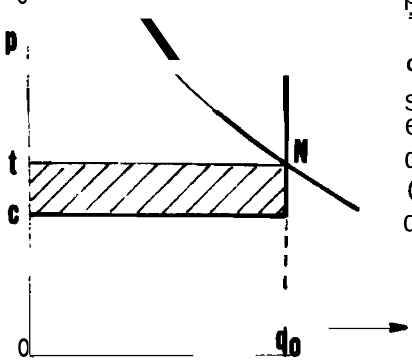
43.22 - Solution du problème tarifaire à court terme

Comme dans le cas précédemment développé (en 43.1) la courbe de demande étant connue, le tarif s'obtient par intersection de la courbe de demande et de la courbe de coOt marginal.

Deux cas peuvent alors se présenter :



Cas 1 : La courbe de demande coupe la courbe de coût marginal sur son segment horizontal en M, le prix de vente est alors égal à ce coOt marginal, l'équipement est sous-utilisé, les recettes couvrent les dépenses marginales, mais il subsiste un déficit égal aux dépenses fixes



pas 2 : La courbe de demande de coupe la courbe de coût marginal sur sa branche verticale en N le tarif t est alors supérieur au coût marginal, l'équipement est saturé et les recettes excèdent, les dépenses marginales de la quantité (t-c) Qo qui peut ou non, excéder les dépenses fixes Do.

La différence t - c apparaît comme une "rente de rareté" de l'équipement sans rapport (pour l'instant) avec les coûts (Do) de celui-ci et détermine essentiellement par l'intensité de la demande.

43.23 - Adaptation de l'équipement

Les raisonnements précédents ont été menés dans le cadre d'un équipement existant et supposé intangible. On va maintenant supposer que la capacité de l'équipement peut varier de façon continue et nous allons traiter simultanément le problème du dimensionnement de l'installation et celui du niveau des prix.

Nous supposerons pour l'exposé que pour une taille d'équipement définie par la capacité Qo, les dépenses fixes sont pour les diverses tailles d'équipement. :

$$Do\ (Qo) = k\ Qo$$

C'est par exemple le cas, pour revenir A l'exemple du métropolitain où l'on considère'comme "équipement" non plus l'infrastructure comme ci-dessus, mais le parc de matériel roulant (nombre de rames) disponible ; en effet la capacité de transport et les coûts sont directement proportionnels (en première approximation) au nombre de rames mises en jeu. Par ailleurs on supposera que la valeur du coût marginal (constant) reste la même lorsque la taille de l'équipement varie.

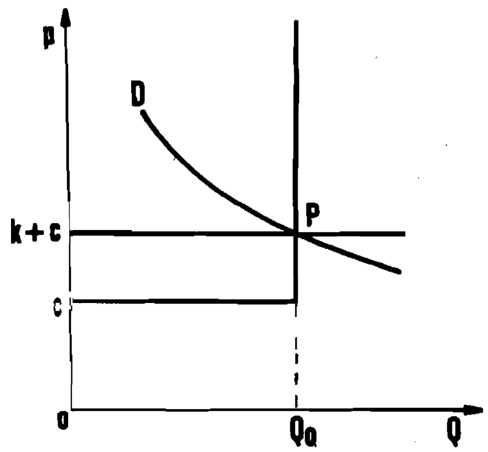
La fonction de dépense serait alors :

$$D\ (Q,\ Qo) = k\ Qo + c'Q \quad Q < Qo$$

Dans ce cas particulier la taille optimum pour produire Q est évidemment Qo = Q

La courbe représentative de la fonction de dépense A long terme (D (Q) = (k + c) Q est une droite passant par l'origine. La courbe de coût marginal à long terme est alors une droite d'ordonnée k + c.

Le problème du dimensionnement se résoud alors de façon très eimple en considérant l'intersection P de la courbe de demande et de la courbe de coût marginal A long tenue l'abscisse de P fournit le niveau d'équipement. On peut compléter le graphique en traçant la courbe de coût marginal correspondant A la capacité Qo.



On constate ici que la rente de rareté (sous l'angle A court tenue) de l'équipement correspond exactement A la différence du coût marginal A long terme et du coût marginal A court terme.

De plus, dans le cas étudié, caractérisé par un <u>rendement constant</u> des équipements (hypothèse de proportionnalité dee "coûts fixes" et de la capacité) la part des recettee excèdant la couverture des dépenses variables, couvre exactement les "coûts fixes".

Il y a équilibre des recettes et des dépenses globalee.

43.3 - DISCONTINUITES ET INDIVISIBILITES

43.31 - <u>Définitions</u>

Bien que la façon de les traiter soit assez similaire, il semble intéressant de distinguer les cas de discontinuité et d'indivisibilité.

On dira qu'un type d'équipements à un caractère d'indivisibilité lorsque, le caractérisant par un paramètre de dimensionnement, ce paramètre ne peut pas présenter une gamme continue de valeurs mais se trouve limité à un ensemble de valeurs discrètes : ainsi une ligne de chemin de fer peut être :

- à voie unique
- à voie double
- à voie triple avec banalisation d'une voie
- à voie quadruple etc...

Un équipement aura un caractère discontinu lorsque il ne sera pas possible d'adapter sa capacité de façon continue ou quasi continu à l'accroissement de la production du trafic : la progression se fait par sauts, mais à la différence du cas de l'indivisibilité, on dispose d'un degré de liberté à caractère continu en ce qui concerne, l'amplitude du saut à effectuer a ainsi la détermination de cette amplitude peut faire l'objet d'un 'calcul de recherche d'optimum à caractère continu.

Ainsi en signalisation ferroviaire, le passage du block manuel au block automatique sur une ligne de consistance donnée à un caractère discontinu, le block automatique pouvant être "dimensionné" de façon quasi continue en diminuant la longueur des sections de block au fur et à mesure que l'on veut accroitre la capacité.

En résume, dans le cas d'équipements indivisibles, il n'y a plus de courbe de dépenses à long terme ou de coût marginal à long terme ; dans le cas d'équipements discontinus on retrouve des courbes concernant ces concepts mais avec un intervalle interdit dont la borne inférieure coïncide avec la capacité de l'équipement existant (par ailleurs les courbes de coût marginal à long terme peuvent dépendre des caractéristiques de l'équipement initial).

43.32 - <u>Earification et investissements dans le cas d'indivisibilité</u>

<u>Gestion optimale à court terme</u>

Qu'il y ait continuité ou non de l'équipement ne change rien au problème de la gestion à court terme tel qu'il est analyse au point 43.22 tout au moins du point de vue de l'optimum pour la collectivité des pratiques monopolistiques conduisant évidemment à des résultats différents.

<u>Choix de l'équipement optimum</u>

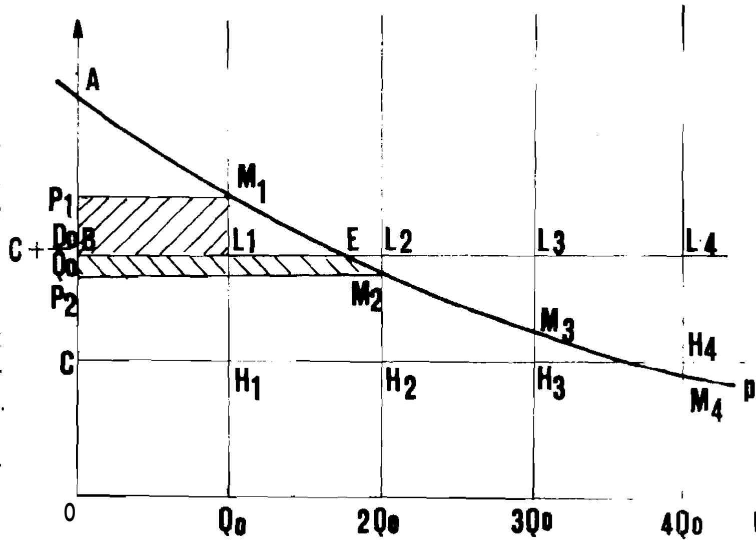
Pour une demande donnée et invariante se pose la question du choix de l'équipement limite à quelques variantes discrètes.

On supposera pour simplifier que le choix se limite à des variantes de capacités respectives Qo, 2Qo, 3Qo etc... caractérisé par le même niveau de coût marginal (suppose constant et égal à C) les "coûts fixes" étant respectivement égaux à :

Do, 2Do, 3Do....

Soit p (Q) la courbe de demande.

Dans le cas schématisé sur la figure ci-contre le choix epparait de prime abord limité entre 4 éventualités : mettre en service 1, 2,3 ou 4 unités de capacité unitaire Qo ; en effet le tarif demandé doit être au moins égal au coût marginal partiel C, et à ce niveau 1'équipement de capacité 4 Qo , suffit pour faire face à la demande.



Les prix optimaux correspondants aux quatre options possibles sont représentés par les ordonnées des points Ml. M3,M4 ; dans les 3 premières solutions "on travaillera à saturation" de 1'équipement, dans la quatrième il subsistera une marge de capacité disponible.

La solution 1 est largement bénéficiaire pour l'exploitant (aire hachurée 1).

La solution 2 laisse subsister un léger déficit (aire hachurée 2).

La solution 3 entraîne un déficit plus important.

La solution 4 entraîne un déficit égal à la totalité des"coûts fixes".

La comparaison des diverses solutions se fera sur la base d'un critère de surplus global (voir chapitre V paragraphe 54.1).

Le surplus global est la somme du surplus de l'exploitant et de celui des usagers :

Le surplus de l'exploitant étant égal à la différence entre les recettes et les coûts globaux.

Le surplus des usagers représenté par l'aire délimitée par l'axe des ordonnées, la courbe de demande et la droite ayant pour ordonnée la valeur du tarif .

C'est ainsi que sur la figure précédente, dans l'hypothèse 2, le surplus de l'exploitant, négatif, est représenté par l'aire $B P_2 M_2 L_2$ le surplus des usagers par l'aire $A P_2 M_2$.
La différence entre ces 2 surfaces représente le surplus global ; on voit également que ce surplus global est égal à la différence de l'aire curviligne $A C H_2 M_2$ et du rectangle $B C H_2 L_2$ qui représente les coûts fixes.

Dès lors, il est facile de discuter graphiquement les mérites respectifs des diverses solutions en comparant les variations de surplus entraînées par le passage de l'une à l'autre.

Ainsi le passage de la solution 1 à la solution 2 entraîne un accroissement de surplus global égal à la différence des aires des deux triangles curvilignes $M_1 L_1$ E et $M_1 L_2$ E, la solution 2 sera donc préférable (bien qu'elle sait déficitaire pour l'exploitant, la solution 1 étant, elle bénéficiaire).

Par contre le passage de la solution 2 à la solution 3 entraîne une diminution du surplus global égal à l'aire du trapèze curviligne $M_2 M_3 L_3 L_2$; de même le passage de 3 à 4 entraînerait une diminution du même surplus (aire $M_3 M_4 H_4 L_4 L_3$).

La meilleure solution est donc la solution 2.

De plus des enseignements généraux peuvent être tirés des raisonnements précédents : avec les hypothèses effectuées sur la structure des coûts, une extension de l'équipement <u>ne sera jamais avantageuse à partir d'une situation où les recettes globales ne couvrent pas les coûts globaux</u>

A l'inverse, à partir d'une situation bénéficiaire pour l'exploitation, une extension <u>pourra</u> être avantageuse du point de vue de l'intérêt général bien qu'entrafnant une diminution du bénéfice de l'exploitant ou même un déficit.

43.33 - Evolution dynamique

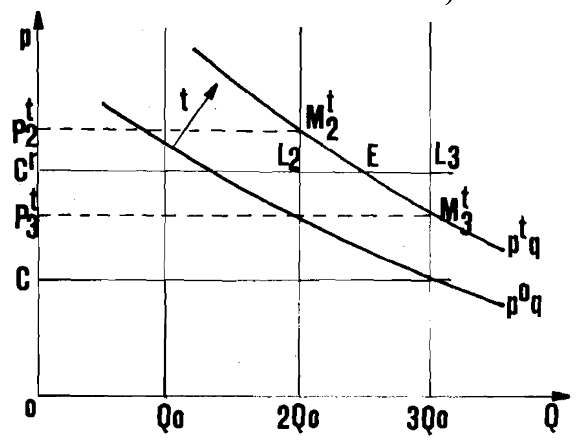
On s'est placé implicitement dans ce qui précède dans le cas d'un régime permanent atemporel. Si l'on introduit maintenant l'écoulement du temps, la demande peut évoluer et il s'agit de savoir qu'elle sera l'évolution des tarifs au cours des temps et quelle politique d'investissement y sera liée.

On traitera dans ce qui suit (avec les mêmes hypothèsesqu'au point précédent en ce qui concerne la structure des coûts) le cas d'une demande régulièrement croissante avec le temps.

A court terme les conditions d'optimum sont évidemment inchangées, le seul problème est donc de déterminer les consistances successives de l'équipement au cours du temps, puisque celles-ci fixées, la politique de prix en découle.

Le critère d'optimisation à retenir est maintenant celui du surplus actualisé et il s'agit de déterminer les dates d'extension successives de l'équipement qui rendent ce surplus maximum.

Il est facile de voir par un raisonnement marginaliste autour de la date optimum que l'extension doit se faire au moment où l'accroissement de surplus de l'usager est égal au coût fixe de l'équipement, ceci par unité de temps (il s'agit par exemple, dans le cas d'investissements à durée de vie infinie de la charge d'intérêt relative au montant du coût de l'extension).



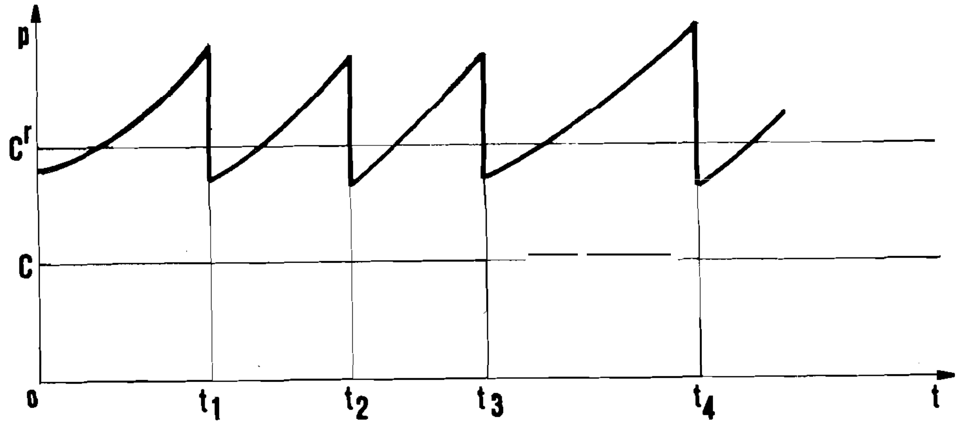
Ainsi sur la figure ci-contre on voit que la date optimum de passage de la capacité 2Qo à la capacité 3Qo est déterminé par l'instant t où la courbe de demande est telle que les aires du triangle curviligne.

$L_2 E^t M_2^t$ et $L_3 E^t M_3^t$

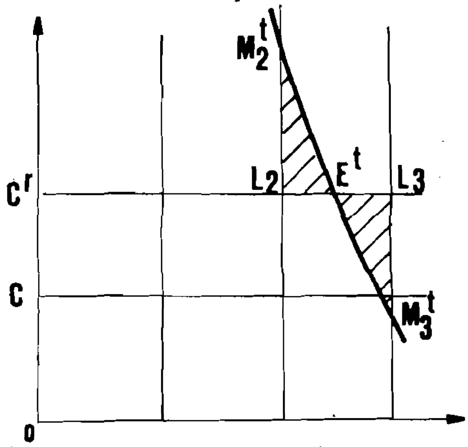
sont égales.

A ce moment le tarif optimum baisse brutalement de la valeur p_2^t (ordonnée de p_2^t) à la valeur p_3.

Au fur et à mesure de la croissance de la demande, le tarif optimum oscillera autour de la valeur Co +> Qo = Cr (valeur du coût moyen à équipement saturé) croissant progressivement pendant les périodes où l'équipement reste le même et décroissant de façon discontinue à chaque extension de capacité. Si t_1 t_2 t_3 sont les dates d'extension successives, la variation du tarif au cours du temps aura l'allure représentée par la figure ci-dessous :



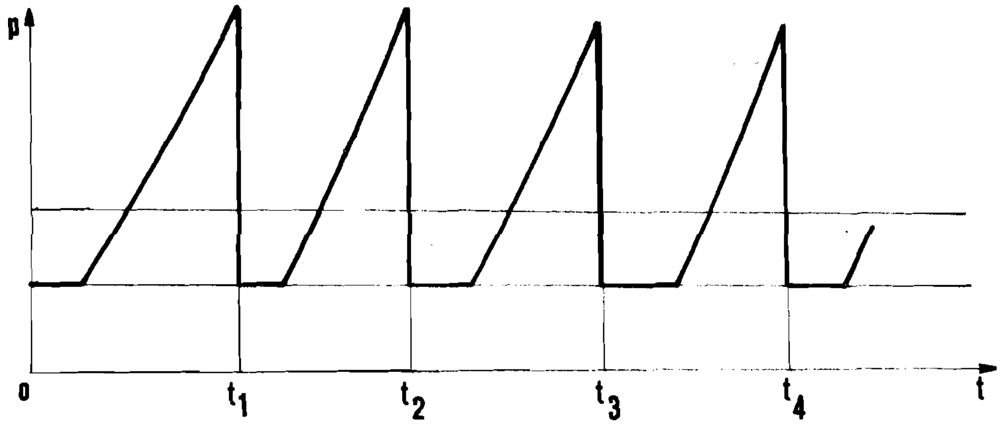
Dans le cas de lois de demande plus inélastiques que celles utilisées dans le graphique précédent, il est possible que le tarif optimum après extension, en se plaçant à la date optimum après extension, en se plaçant à la date optimum soit égal au coût marginal partiel, comme ce serait le cas sur la figure ci-jointe



Avec ce type de demande, l'évolution du tarif à équipement donné serait décomposé en deux phases distinctes :

- pendant la première phase la demande croîtrait jusqu'à ce que l'on atteigne la saturation, le tarif restant égal au coût marginal partiel.
- pendant une seconde phase le trafic resterait constant et le tarif s'élèverait progressivement pour limiter la demande au niveau de la capacité disponible.

Les oscillations tarifaire au cours du temps auraient l'allure représentée par la figure ci-dessous ; elles seraient d'amplitude plus marquée.



43.34 - Limites du schéma précédent

Le schéma précédent est une expression particulièrement simplifiée de la réalité.

En pratique, des raisons d'ordre psychologique et politique ou même économique (interactions des lois de demande dans le temps "hystérésis" de la demande) pourront s'opposer à son application stricte ; il faudra dans ce cas rechercher une politique minimisant les pertes économiques sous certaines contraintes (constance des prix dans le temps par exemple). La politique de prix et d'investissement en découlera.

44 le cout social

44.1 - CONCEPT DE COUT SOCIAL

Toutes les analyses précédentes supposent que le bien auquel on s'intéresse est un bien dont la qualité est parfaitement invariante, et que, par ailleurs, sa production ou sa consommation par un agent économique n'a pas de conséquence sur les fonctions de production relatives aux autres producteurs ou sur le niveau de satisfaction des autres utilisateurs (effets externes).

En utilisant le concept d'utilité collective, on peut montrer que lorsque des interactions de ce genre existent, le prix optimum doit être égal à la somme de trois termes.

- Le coût marginal des impôts nécessaires à la production du bien considéré
- La somme des accroissements marginaux des coûts des entreprises, résultant de la consommation du bien en question.
- La somme des pertes marginales de satisfaction des consommateurs correspondantes.

De telles circonstances peuvent se rencontrer dans le secteur des transports ; citons notamment :

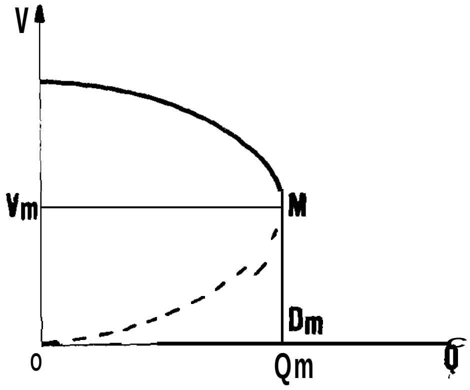
- la pollution atmosphérique entraînée par la circulation des véhicules à moteur à explosion dans les villes.
- l'attente infligée aux usagers de la route à un passage à niveau.
- l'accroissement des temps de parcours sur une route ou autoroute avec l'accroissement du trafic.
- les conditions de plus en plus inconfortables de voyage dans les transports en commun (attente, voyages debout) lorsque le trafic augmente à partir d'un certain seuil.
- ces délais d'attente sur certains aéroports par suite de la congestion des voies aériennes.

Ce type d'exemple pourrait être multiplié ; dans certains cas les termes correctifs à ajouter au coût marginal de production pour passer au coût marginal social peuvent être relativement faibles ; cependant dans d'autres circonstances le terme relatif aux "désutilités externes" peut être prépondérant par rapport au coût marginal de production, c'est en particulier le cas pour ce qui concernela circulation automobile et tout spécialement dans les aires urbaines congestionnées.

44.2 LE COUT MARGINAL SOCIAL DANS LE CAS DE LA CIRCULATION ROUTIERE

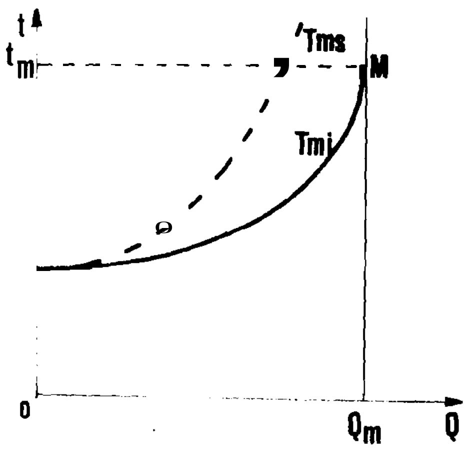
Le cas de la circulation routière présente particulièrement d'intérêt, dans ce cas les désutilités externes sont celle que s'infligent mutuellement l'ensemble des usagers sous la forme des accroissements de consommation de carburants, de risque d'accident et surtout de temps de parcours lorsque le trafic s'accroît.

Pour la simplicité de l'exposé, nous supposerons le problème limité à celui des pertes de temps entraînées sur un parcours donné, (aussi bien ce terme est-il prkpondérant dans le cas de lr circulation urbaine).



Les spécialistes de l'écoulementdu trafic routier savent parfaitement qu'il existe une relation dite de " débit-vitesse " entre l'intensité du trafic et la vitesse moyenne des véhicules sur un parcours donné, à infrastructure &rinée ; cette courbe peut se tracer soit à partir de l'analyse de la variation de la distance de sécurité qui doit séparer deux véhicules en fonction deleurs vitesses supposées identiques, soit par ajustement expérimental ; la valeur du débit passe par une valeur maximale, Dm pour une valeur Vm de la vitesse.

Economiquement seule la partie de la courbe correspondanth des valeurs de la vitesse supérieure à Vm est à considérer; sur un diagramme temps de parcours - débit, elle se traduit par une croissance du temps de parcours avec le débit, lorsque celui-ci varie de 0 à Dm représentée par la courbe T_{mi} (temps moyen individuel) qui se termine en M par un point à tangente verticale. Ce temps est celui qui est ressenti par les usagers (supposés identiques) et, si la valeur de l'unité de temps est h (supposée la même pour tous), le coût ressenti par chacun des usagers pour la valeur Q du débit sera h t (Q)



Le coût global afférent à l'ensemble des usagers, c'est-à-dire le coût total social, est égal à :

$$Q\,h\,t\,(Q)$$

et la dérivée de ce coût global lorsque le trafic s'accroît sera donc égale à :

$$h\left(t\,(Q) + Q\,\frac{dt}{dQ}\right)$$

ou encore :

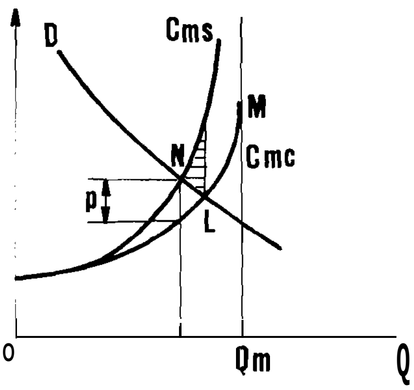
$$h\,t\,(Q) \quad \left[1 + \frac{Q}{t}\,\frac{dt}{dQ}\right]$$

Cette quantité représente le "coût marginal social" c'est-à-dire l'accroissement de l'ensemble des coûts ressentis par les usagers lorsque le trafic s'accroît d'une unité. Si l'on divise par h on obtient une perte marginale sociale de temps en fonction de l'intensité du trafic dont la variation en est représentée sur la figure ci-dessus par la courbe T_{ms}.

Pour assurer l'égalité de l'utilité marginale du service rendu et du coût marginal social nécessaire pour que le trafic s'établisse à son niveau optimal, il est donc nécessaire de faire supporter à l'usager un péage p égal à la différence entre le coût marginal social et le coût moyen individuel ressenti.

$$\text{soit} \quad p = h\,t\,(Q) \times \frac{Q}{t}\,\frac{dt}{dQ}$$

c'est-à-dire égal au produit du coût moyen individuel par l'élasticité de ce coût moyen par rapport au trafic.



Le graphique ci-contre ou la courbe de demande (D) est représentée, le point correspondant à l'optimum s'établit en N, alors que l'équilibre "naturel" aurait tendance à s'établir en L : la politique consistant à décourager l'usager par l'embouteillage ne saurait conduire à l'optimum, la perte correspondante est mesurée par l'aire hachurée.

En pratique, dans les zones urbaines aux heures de pointe, la différence entre coût moyen individuel et coût marginal social peut être égale à plusieurs fois le coût moyen, d'où la nécessité, d'un point de vue économique, d'un péage sur les voies. urbaines.

45 tarif de transport et rente de site

Les considérations qui ont été développées dans les points précédents ne doivent pas conduire à une détermination aveugle des tarifs sur la seule considération des coûts marginaux.

L'analyse de la demande et de son élasticité est également indispensable pour la détermination du prix.

Pour l'illustrer on va examiner le cas très schématique d'une mine de fer tributaire d'un réseau de chemin de fer pour l'écoulement de son minerai.

On supposera que le seul débouché possible de la mine est une usine sidérurgique dont la production est supposée fixée et correspond à un tonnage annuel Qo de minerai.

En dessous d'un prix rendu usine, celle-ci donne la préférence au minerai de la mine considérée au-dessus de ce prix elle lui substitue un minerai de caractéristique et de provenance diférentes.

Si C_m est le coût marginal de production de minerai supposé constant, la courbe de demande de transport peut se schématiser comme suit en fonction du tarif p de transport :

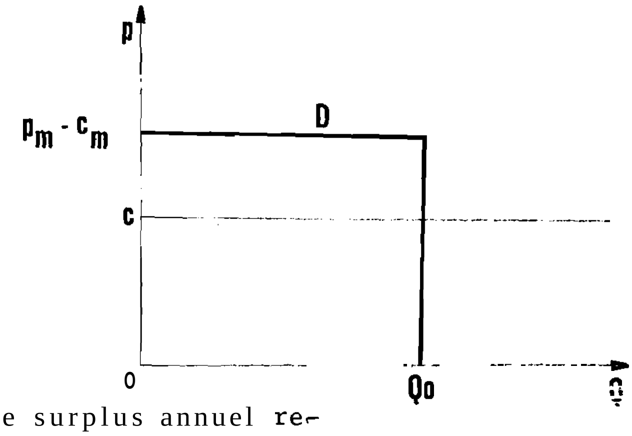
si $p < p_m - c_m$ $Q = o$

si $p \leqslant p_m - c_m$ $Q = Qo$

La courbe de demande (D) a une forme en escalier.

Si le coût marginal de transport est c avec :

$$c < p_m - c_m$$



il est évident que l'intérêt général, commande d'utiliser le minerai en cause, le surplus annuel résultant de cette utilisation étant égal à :

$$Qo\ (p_m - c_m - c)$$

mais le transport s'effectuera et aucun flux physique ne sera évidemment modifié, quel que soit le tarif de transport à l'intérieur de l'intervalle $c,\ p - c_m$; la fixation du tarif à l'intérieur de cet intervalle n'aura pour seul résultat que le partage du surplus ou de la "rente minière" entre le propriétaire de la mine et celui du réseau de transport. Le transporteur n'aura aucune raison de fixer son tarif au niveau du coût marginal C, il s'efforcera de le fixer à $p_m - c_m$, mais alors l'extraction du minerai tend à perdre tout intérêt pour le propriétaire de la mine d'où la nécessité pratique d'une solution intermédiaire.

Pour échapper à de telles discussions et s'assurer le bénéfice entier de la rente de site les promoteurs des grands projets miniers modernes développent parallèlement la mine et le chemin de fer d'évacuation.

De façon générale et sans entrer dans de trop nombreux développements il faut avoir bien présent à l'esprit qu'il y a une interaction profonde entre niveau au prix et condition de transport d'une part et valeurs des rentes foncières d'autre part Citons seulement deux autres exemples :

- le fait de ne pas percevoir de tarif plus élevé aux périodes de pointe concernant les départs aux sports d'hiver a pour résultats essentiels de gonfler la rente des hôteliers, ou "des détenteurs de sites", aux frais du contribuable qui finance le déficit du chemin de fer.

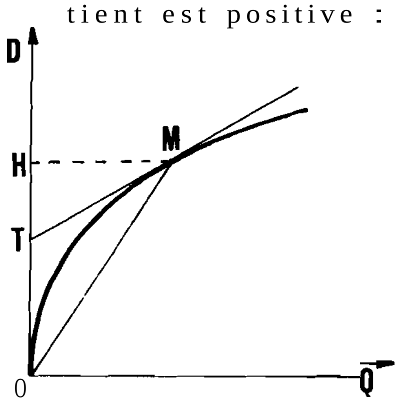
  dans un ordre d'idée, les politiques consistant à subventionner plus ou moins largement les transports entre le centre et la périphérie d'une grande agglomération, on en général pour conséquence essentielle d'accroître les valeurs foncières à la périphérie.

46 rendement croissant : le problème du déficit

Reprenons les notations habituelles. Pour produire Q, il faut dépenser D (Q). Le rendement de l'opération production peut se définir par le quotient.

$$\frac{Q}{D}$$

Le rendement, fonction de Q, croit lorsque la dérivée du quotient est positive :



$$\frac{d}{dQ}\left(\frac{Q}{D}\right) > 0$$

c'est-à-dire si

$$D - QD' > 0$$

$$D' < \frac{D}{Q}$$

condition qui signifie simplement que coût marginal est inférieur au coût moyen.

Sur le graphique ci-contre, pour le niveau de production M, on sait que la pente de la tangente MT est égale au coût marginal et celle de la droite OM au coût moyen.

Lorsque le rendement est croissant, la vente de la production à un prix égal au coût marginal entraîne un déficit car les recettes sont inférieures aux dépenses de production, comme cela résulte du calcul simple développé ci-dessus. Le prix de vente doit pourtant, dans ce cas aussi, être égal au coût marginal de production pour les raisons d'efficacité de système productif exposées au chapitre premier.

La persistance d'un déficit, même en cas de bonne gestion, pour les entreprises à rendement croissant qui pratiquent une politique de prix optimum appelle quelques commentaires, d'ailleurs plus sur le plan pratique que sur celui de la théorie.

Il faut rappeler d'abord, c'est une évidence mais il convient de ne pas l'oublier, que la condition première de l'efficacité pour l'entreprise est la recherche lancinante de la minimation des dépenses et l'impératif de l'équilibre budgétaire apparaît souvent comme la garantie la plus sûre que les efforts de tous sont tendus dans ce sens. L'absence de cette sanction, rend la gestion des entreprises à rendement croissant particulièrement délicate. Il faut à chacun des agents un surcroît de conscience pour ne pas se laisser glisser sur la pente de la facilité qui en définitive entraînerait seulement un peu plus de déficit.

Aussi pour des raisons pratiques de psychologie élémentaire, il convient d'analyser avec le plus grand soin les conditions qui pourraient entrainer une croissance du rendement, donc justifier une gestion déficitaire de l'entreprise.

En pratique, il faut reconnaître qu'un déficit permanent n'est justifié que dans des cas tout à fait exceptionnels.

L'entreprise réunit souvent, en effet, dans son activité des conditions de croissance et de décroissance du rendement. Le développement des infrastructures ou des techniques de transports peut se faire au moins en pays "non encombrés" avec rendement croissant, mais l'exploitation sur la base de tarifs enrapport avec le coût marginal social, repose sur un système de rendement décroissant. La résultante des deux phénomènes au moins sur une période assez longue, n'est pas de façon inévitable un déficit.

Par ailleurs, l'activité de l'entreprise peut souvent bénéficier de rentes, ce qui est pratiquement le cas général pour les infrastructures de transports pour la raison simple qu"ont été réalisés en premier les équipements les moins coûteux dans les sites les plus propices, et que dès lors les extensions se font dans des conditions moins avantageuses.

Enfin, des raisons fiscales imposent des règles pour la présentation du compte d'exploitation de l'entreprise, qui en pratique lui retire beaucoup de sa signification économique. Les charges d'amortissement et les charges financières sont comme nous le verrons au chapitre 5 sans rapport avec les valeurs économiquement justifiées (plus forte ou plus faible pour l'amortissement, plus faible pour les charges financières) si bien que le solde du compte d'exploitation n'a aucun rapport avecle déficit qui résulterait d'une gestion optimum d'une activité à rendement croissant. Mais comme il n'existe pas decomptabilité calquée sur la gestion économique, il n'y a pratiquement pas de méthode pour s'assurer que le déficit serait économiquement justifié. Il convient en outre d'ajouter que le problème du déficit se pose le plus souvent dans le cas des infrastructures qui directement ou indirectement appartiennent à l'Etat dont le système de comptabilisation est encore plus défectueux que celui du plan comptable général pour l'analyse du problème que nous étudions.

Ainsi reconnaître le bien fondé d'un déficit présente de grands risques pratiques pour la gestion économique de l'entreprise. Ce n'est en outre justifié que dans des cas tout à fait exceptionnels. Le déficit est enfin extrêmement difficile à mesurer.

Pour toutes ces raisons, il apparaît sur le plan pratique préférable, si une entreprise est dans une situation de rendement croissant, de préserver une contrainte budgétaire et de forfaitiser, même en recourant à de larges approximations le montant de la subvention qui lui est versée pour couvrir son déficit.

Le financement de la subvention pose d'ailleurs lui-même un problème d'efficacité. La puissance publique, devra se procureries ressources correspondantes par la voie fiscale, c'est-à-dire , dans la plupart des cas, par un processus générateur de distorsions.

Il pose en outre un problème de justice sociale : l'existence de la subvention entraîne en effet des transferts de revenus entre contribuables et usagers qui peuvent être jugés indésirables sur le plan de l'utilité collective.

Ces considérations conduisent à mettre en balance les inconvénients sur les plans de la justice sociale et de l'efficacité (politique fiscale) d'un régime de subventions avec les pertes d'efficacité qui résultent d'une politique tarifaire destinée à assurer l'équilibre budgétaire d'un secteur à rendement croissant.

V. établissement d'un plan de transport

Etablir un plan de transports , c'est exposer l'ensemble des décisions qu'il convient de prendre dans l'immédiat et dans le futur , en matière d'investissement comme d'exploitation, pour permettre au secteur des transports de satisfaire de façon optimum des objectifs qui dépendent de l'état et du devenir de l'ensemble des autres secteurs de l'économie , comme des désirs des consommateurs finaux.

Cette définition , volontairement générale, montre l'interdépendance qui existe entre un plan de transports et le plan de l'économie complète. Ce chapitre va montrer toutefois qu'un certain nombre de décisions peuvent être prises sans référence explicite à toute l'économie ; cette approche analytique, pour définir la politique de transports, présente le plus grand intérêt , car elle est susceptible de résoudre avec une bonne approximation la plupart des problèmes courants et demeure un intermédiaire indispensable dans la préparation du plan par des méthodes de caractère plus synthétique.

Nous examinerons successivement comment il est possible de construire un programme d'équipements , de préciser la durée d'utilisation et d'établir une politique de renouvellement de matériel , puis de suivre les résultats de cette politique au niveau de l'exploitation.

51 l'établissement d un programme d'équipement

51.1 GENERALITES

Etablir un programme d'équipements consiste à sélectionner parmi les combinaisons possibles définies dans le temps et dans l'espace , celle qui conduit au bénéfice actualisé le plus grand.

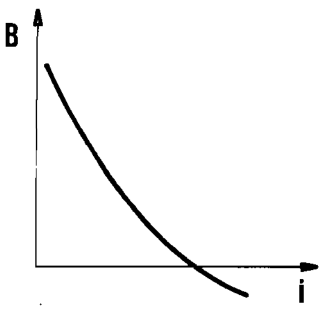
Mais l'application de ce principe se heurte à la multiplicité des projets possibles , à leur interdépendance ainsi qu'à la difficulté rencontrée pour définir les objectifs . Parmi tous les programmes possibles , il faut élaguer largement, au besoin par quelques approximations, pour s'approcher du programme optimum sans pour autant entreprendre des analyses et des calculs démentiels.

Il faut d'abord se demander si , parmi tous les projets , certains ne sont pas incompatibles. Toutes les variantes du même équipement sont en particulier incompatibles (sur le même itinéraire, une route à deux voies et une route à quatre voies sont incompatibles, de même que la route à deux voies tout de suite ou la route à deux voies dans 10 ans). Le programme ne retient , bien sûr, au mieux, qu'un seul des projets incompatibles.

Il est important aussi de savoir dans quelle mesure les divers projets possibles sont indépendants : des projets sont indépendants lorsque l'intérêt économique de la réalisation de chacun d'eux est indépendant de celle des autres. Deux tunnels routiers sous les Alpes ne sont indépendants que s'il n'y a pas de détournement possible de trafic de 1 'un Par l'autre. Un pont et un tunnel au travers de la Manche sont deux projets dont la dépendance est évidente. Le Programme d'équipements doit étudier simultanément tous les projets dépendants d'où la complexité du problème et la nécessité de méthodes simplificatrices.

51.2 - CLASSEMENT DES PROJETS INDEPENDANTS

Un premier cas où il est possible de construire aisément un programme est celui où l'on doit choisir dans un ensemble de projets indépendants, par exemple, entre les divers passages à niveau qu'il convient de supprimer ou d'automatiser sur un réseau. Le bénéfice actualisé B (i) de chacun des projets est calculé pour un taux d'actualisation i.



Sur un graphique (B,i) une courbe représente comme varie en fonction de i le bénéfice de chaque projet. On sait qu'il décroît lorsque i augmente.

Nous avons vu que pour un taux i , il convient de réaliser tous les projets de bénéfice actualisé positif (ou ce qui revient au même, de taux de rentabilité supérieur à i) d'où une demande totale d'investissement au taux i

En pratique, le programme peut s'établir par la démarche inverse. Quels projets doit-on réaliser dans l'enveloppe d'une possibilité totale de financement ? Pour répondre à cette question, il est commode de classer tous les projets indépendants par taux de rentabilité décroissant, et de les inclure dans le programme en suivant cet ordre jusqu'à épuisement des possibilités de financement.

Il est important d'observer que la méthode de classement des projets par taux de rentabilité décroissant n'est valable que dans la mesure où la nature du projet ne dépend pas trop du taux d'actualisation ce qui est rarement le cas : la part de l'automation dans le projet est en particulier sensible à la valeur du taux d'actualisation i.

Lorsque le montant de l' équipement optimum dépend du taux d'actualisation, il faut veiller à bien réaliser la variante du projet qui est optimum pour le taux d'actualisation du projet limite. Si le programme d'équipement d'un réseau routier pour les aménagements indépendants inclut comme dernier projet celui dont le taux de rentabilité est de 10 % , il serait mauvais que tel projet présente une rentabilité marginale de 5 % même si sa rentabilité est de 18 %.

A cet égard, il est essentiel de penser à la rentabilité immédiate qui doit être égale elle aussi à la rentabilité du projet marginal. Même un excellent projet ne doit pas être fait trop tôt. L'indépendance des projets reste cependant l'exception. La réalité économique est plus riche et 'la plupart du temps l'hypothèse d'indépendance est trop grossière il faut alors chercher à appréhender simultanément l'intérêt des projets.

51.3 - CHOIX DES VARIANTES A OBJECTIF DONNE

Souvent l'on est amené à rechercher la meilleure façon de satisfaire un objectif donné. Le programme optimum correspond à la variante qui conduit au coût actualisé total minimum.

Par exemple, comment desservir une région isolée dont on connaft la demande de transport ? Il faut trouver le moyen de transports qui conduit au coût actualisé minimum (investissement et exploitation).

Par variantes, il faut entendre les divers procédés techniques de réaliser le même service (par exemple, les divers moyens de transport, les divers modes de traction ferroviaire) mais aussi, les diverses façons de mettre en oeuvre chaque procédé technique (puissance, capacité des véhicules, mode d'utilisation).

La notion de service rendu égal peut d'ailleurs être étendue, en complétant les coûts de termes correctifs pour que le service rendu ait bien la même valeur dans chacune des variantes. Si l'on veut comparer l'approvisionnement d'une usine par caboteurs de 1000 T, ou par minéraliers de 60.000 T ; il faut incorporer le coût des aménagements portuaires et de stockage et même les intérêts sur la valeur du stock, au coût de chacune des variantes.

En introduisant de tels termes correctifs, on peut considérer comme rendant le même service, des moyens de transports qui se différencient par le rythme, la vitesse des acheminements, la sécurité, et la régularité des transports. Si l'on peut apprécier la valeur que les voyageurs attachent au temps, on peut ainsi comparer sur un axe donné le transport par route , voie ferrée ou par voie aérienne.
Cette méthode est très couramment utilisée pour définir les programmes. Son application suppose toutefois un certain nombre de précautions.

Il faut que les variantes comparées rendent le même service pendant la même période, c'est-à-dire qu'il faut poursuivre la comparaison jusqu'au même horizon ; il est évident que deux équipements dont les durées de vie sont différentes , même s'ils rendent le même service pendant leur vie commune, ne sont pas directement comparables . 11 convient soit de prendre comme horizon économique la durée de vie la plus courte et de créditer les autres variantes de la "valeur résiduelle" de l'équipement encore en service à cette époque, si l'on croit pouvoir procéder à une évaluation convenable de ces valeurs résiduelles ; soit d'envisager le renouvellement des équipements dont la durée est la plus courte jusqu'à un horizon fixé au plus petit commun multiple des durées de vie en cause ; soit si les calculs s'en trouvent simplifiés de poursuivre fictivement jusqu'à l'infini les renouvellements dans chaque variante : du fait de 'l'actualisation , 1' avenir lointain pèse si peu dans les calculs qu'une erreur même notable est sans incidence si elle porte sur une échéance assez éloignée.

Il ne faut pas oublier de comparer les variantes qui consistent à réaliser la même solution mais à des dates différentes le déclassement d'une ligne de chemin de fer n'est jamais (ou rarement) immédiatement rentable, mais le fait qu'il ne soit pas rentable aujourd'hui n'implique pas qu'il ne le sera pas demain : le problème n'est pas de savoir si telle ligne doit être fermée tout de suite ou jamais, mais à quelle date elle est susceptible de l'être, l'entretien étant conçu en conséquence pendant la phase intérimaire, comme on le verra plus loin.

Il ne faut pas hésiter à prendre en compte lorsque la comparaison s'étend sur une période longue, les variations relatives de prix. Il est commode de raisonner en "francs constants. Mais même en francs constants, certains prix comme les salaires sont susceptibles de monter. En première approximation la croissance des salaires peut être prise de l'ordre de celle du revenu national par tête.

La variante optimum à laquelle on aboutit pour un objectif donné est celle dont la dépense actualisée est minimum. cette règle simple doit cependant être tempérée par des considérations pratiques. Tout calcul économique implique des prévisions donc des aléas qui sont d'autant plus importants que la prévision est plus lointaine. Si les avantages et les coûts sont probabilisables, la décision peut être prise pour maximiser l'espérance de gain sous la contrainte d'une limitation à un niveau faible fixé à l'avance, pour la probabilité d'une perte notable. Mais souvent l'avenir est difficilement probabilisable. Alors les investissements à courte durée de vie présentent intrinséquement un avantage sur les investissements à durée de "vie longue". Dans le même esprit, il convient de prendre en compte la "souplesse" du programme, c'est-a-dire ses possibilités ultérieures d'adaptation à l'évolution réelle des données. Il est raisonnable d'accepter de payer de quelques % de coût supplémentaire un équipement qui présenterait ces avantages. L'imprécision de la rédaction de ce paragraphe montre, s'il le fallait, que toute méthode de choix n'exclut pas une certaine part d'appréciation.

51.4 - LA DEFINITION DE L'OBJECTIF ET LA CONSTRUCTION DU PROGRAMME

Pour un objectif donné, on peut ainsi choisir la variante optimum, c'est-à-dire l'ensemble des projets dont le coût total actualisé est minimum. Pour choisir l'objectif, on utilise comme cela a été dit le critère du bénéfice actualisé maximum Ce critère s'applique bien pour les entreprises et pour les investissements petits, mais doit être généralisé aux cas des grands investissements, comme nous le verrons plus loin.

On voit ainsi apparaître un processus 'itération entre objectif et variante optimum. Si la variante comprend un grand nombre de projets dépendants, on se trouve devant un processus extrêmement lourd. Il convient de rechercher tous les moyens de l'alléger, Il est conseill de choisir d'abord le type de solution en comparant rapidement quelques solutions, chacune ne correspondant pas forcément à la variante optimum, mais n'en diffèrent pas trop. Le choix étant dégrossi, le calcul s'affine. Avec un peu de "flair", on peut arriver assez vite à la solution satisfaisante. Les calculs à la marge sont d'un grand secours pour indiquer le sens dans lequel il convient d'étudier des modifications de la variante.

Un tel empirisme peut cependant ne pas suffire. Il faut alors recourir à une exploitation systématique de tous les programmes possibles et recourir aux procédés de la programmation mathématique. Le programme est défini par un ensemble de variables qui en définissent les caractères principaux. Les limitations physiques ou techniques sont exprimées sous forme de fonction de ces variables. L'optimisation du programme (par exemple la recherche du coût minimum) est une fonction de ces variables à rendre extrême sous certaines contraintes qui expriment que le programme doit satisfaire les objectifs. Actuellement, on sait bien résoudre le cas oh toutes les fonctions sont linéaires et la taille des problèmes que peuvent traiter les ordinateurs récents est satisfaisante : le programme peut comporter plusieurs milliers de variables soumises à plusieurs milliers de contraintes. L'insuffisance de la programmation linéaire réside, par contre, dans 1' approximation que représente bien souvent l'hypothèse de linéarité. Il n'en reste pas moins que la programmation 1 néaire apporte un grand secours dans l'établissement des programmes complexes. La notion de dualité est, en particulier, fort riche. Il n'est pas possible cependant, dans le cadre de cet ouvrage, d'en donner une idée même sommaire. Disons seulement qu'elle permet de définir des prix à attacher aux objectifs, donc de fournir les moyens de vérifier que les objectifs restent compatibles avec l'état de la demande.

En définitive, le choix des programmes optimum, qu'il puisse se faire "au flair" ou qu'il nécessite l'emploi de méthodes plus systématiques, n'exclut pas une certaine appréciation de la part de l'autorité responsable. <u>Il ne faut pas oublier d'exercer ou de susciter cette appréciation</u>. Telle est la dernière précaution et pas la moindre qu'il faut prendre dans la détermination des programmes d'équipements. Il faut , en particulier, lorsque certaines hypothèses intermédiaires sont incertaines et déterminantes sur les résultats, mettre claire- ment en évidence leurs effets sur le choix du programme. Le calcul ne dit pas tout, mais il éclaire beaucoup.

52 l'entretien et renouvellement

52.1 - USURE, OBSOLESCENCE ET DUREE DE VIE

Pour élaborer un programme, il faut choisir la durée des équi- pements et préciser les modalités de leur renouvellement . Si l'on veut comparer la solution qu'offrent les bateaux et un tunnel pour traverser la Manche, il faut connaftre la durée de vie des navires, à coup sûr d'un ordre de grandeur diffé- rent de celui de l'ouvrage fixe. Mais la durée de vie dépend de l'entretien qui est tait et l'on sait bien qu'un équipe- ment mal 'entretenu" ne dure pas ; à l'inverse, on peut main- tenir très longtemps en usage un équipement mais au prix de dépenses d'entretien qui finissent par coûter "les yeux de la tête". C'est ainsi que sur certains réseaux ferrés, on peut voir circuler des locomotives construites il y a plus de 50 ans, mais l'exemplaire qui circule de nos jours n'a peut-être plus que le chassis et la plaque d'immatriculation en commun avec celui d'origine. Entretien et durée de vie sont directe- ment dépendants et l'on sent une limitation de la durée de vie par le coût de l'entretien, c'est-à-dire par le degré d'usure de l'équipement.

Mais il y a un autre effet qui peut limiter la durée de vie d'un équipement, c'est sa désuétude ou son obsolescence, c'est à dire le tait que par suite de l'évolution technologique, il est moins efficient que les équipements récents ou qu'il pro- duit un bien de moindre valeur parce que des produits nou- veaux sont apparus. Le déclassement des avions à hélice à l'apparition des avions à réaction est un exemple classique des ettets de l'obsolescence. Les appareils à hélice n'ont pu lutter contre leurs successeurs à la fois plus rapide et moins couteux en dépenses d'exploitation.

En pratique, le choix est plus complexe. Avant de retirer du service un équipement, il est, en général, possible de lui faire assurer un service pendant les périodes de pointes ou encore de le garder en réserve ou en secours. Si certains avions à hélices ont été mis sous paraffine, d'autres ont été convertis en avion cargo, et beaucoup sont utilisés par des Compagnies secondaires qui, avec eux, assurent des vols 8 la demande et parfois des vols réguliers à des tarifs réduits.

Dans tous les cas cependant, qu'il s'agisse d'usure ou d'obso- lescence, l'utilisation de l'équipement se traduit par un bé- néfice d'exploitation moindre: les recettes peuvent être plus faibles (production plus faible ou de moindre valeur) ou les dépenses plus élevées, ou même les deux à la fois. Il est com- mode de schématiser l'effet de l'usure et de l'absolescence par une décroissance du bénéfice annuel à mesure que l'équipement est utilise et que le temps passe, mais il faut se souvenir qu'il ne s'agit que d'un schéma et que chaque cas concret appelle un examen particulier. Nous allons essayer de préciser la nature des raisonnements à utiliser en examinant un certain nombre de problèmes simples.

52.2 - DECLASSEMENT SIMPLE

Le cas le plus simple est celui 05 l'on se demande pendant combien de temps l'on doit utiliser un équipement dans l'hypothèse 05 l'on suppose qu'il n'existe pas de variante dans l'entretien et 05 l'on se désintéresse de ce qui se passe lorsque l'équipement actuel aura cessé d'être utilise. On suppose, par ailleurs, que le bénéfice d'exploitation b (t) décroît régulièrement à mesure que le temps passe et qu'à l'époque t l'équipement vaut encore V (t). C'est le cas, par exemple, d'un loueur de voitures qui sait comment les dépenses d'entretien augmentent à mesure du kilométrage total et qui se réfère à l'argus pour estimer la valeur des véhicules d'occasion.

l'achat aujourd'hui de l'équipement récent C, son utilisation pendant T années et sa vente à l'époque T, entrafnent un bénéfice total actualise de :

$$B\ (T) = \int_0^T b\ (t)\ e^{-it}\ dt + V(T)\ e^{-iT} - C$$

La durée de vie T est choisie pour rendre maximum le bénéfice total B (T) soit :

$$\frac{dB}{dT} = 0 \quad \frac{d^2B}{dT^2} \leqslant 0$$

La première condition montre que :

$$b\ (T) = i\ V\ (T) - V'\ (T)$$

c'est-è-dire que la date optimum de déclassement de l'équipement est celle 05 le bénéfice d'exploitation est égal à la somme de la perte de valeur de l'équipement pendant l'année (- V' (T))et des intérêts sur la valeur résiduelle de l'équipement (i V (T)).L'année de déclassement est donc célle oh ce que l'on gagnerait en différent d'un an le déclassement (b(t)) est égal à ce que l'on perdrait à ne pas le vendre tout de suite (intérêt sur la somme immobilisée et moins value par suite de l'augmentation d'âge d'un an).

Il est intéressant de noter que le coût de l'équipement à neuf C n'intervient pas dans la determination de la date de déclassement, pas plus que n'est pris en consideration la valeur au bilan après amortissement (1). Si le raisonnement précédent montre l'intérêt de déclasser un équipement encore non amorti dans la comptabilité, il faut le déclasser car la réalité économique prime les inscriptions comptables . 'En continuant à l'utiliser, l'entreprise supporterait une perte réelle, tandis qu'en le déclassant, elle se contente de prendre conscience que la valeur que son actif est, en fait , plus faible que la comptabilité ne l'indiquait.

52.3 - RENOUVELLEMENT PARTIEL ET DECLASSEMENT ; ENTRETIEN ET DECLASSEMENT

Un cas un peu plus complexe est celui où il est possible d'apporter une modification à l'équipement pendant la durée de vie, ce qui entrafne ensuite une augmentation de bénéfice d'exploitation. C'est le cas, par exemple, du changement de moteur sur un véhicule usager d'où l'on attend une réduction des dépenses d'entretien. Ce changement de moteur peut prolonger la vie du véhicule, mais le coût du moteur neuf est-il en rapport avec la valeur de la prolongation ? Ce problème peut se schématiser en introduisant dans le modèle du paragraphe précédent le coût D du moteur neuf que l'on suppose poser à l'époque 0 ; le changement de moteur permet ensuite un supplément de béndfice annuel r (θ,T). Le béndfice total devient en supposant pour simplifier que la valeur de revente est nulle :

$$B(T) = \int_0^T b(t)\, e^{-it}\, dt - D\, e^{-i\theta} + \int_\theta^T r(\theta, t)\, e^{-it}\, dt$$

La politique optimum de renouvellement partiel se détermine en choisissant θ et T pour rendre B maximum, politique qui n'est à retenir que dans la mesure où le maximum de bénéfice dans le cas de renouvellement partiel est supérieur au bénéfice maximum que l'on obtient sans procéder à des renouvellements partiels.

La maximation de B implique les deux donditions :

$$0 = \frac{\partial B}{\partial \theta} = D\, i\, e^{-i\theta} - r(\theta, \theta)\, e^{-i\theta} + \int_\theta^T \frac{\partial r}{\partial \theta}(\theta, t)\, e^{-it}\, dt$$

$$0 = \frac{\partial B}{\partial T} = b(T) e^{-iT} + r(\theta, T)\, e^{-iT}$$

La première relation permet de déterminer θ(T), la date de renouvellement comme fonction de la date de déclassement, la deuxième relation permet de calculer T, donc 0

La signification économique de chacune de ces relations est claire :

- la première montre que la date optimum de renouvellementeet celle *où*, ce que l'on gagnerait en différent d'un an l'opération, est égal à ce que l'on perdrait : on gagnerait les intérêts sur D mais on perdrait le bénéfice de la première année diminué de la variation, pour chacune des années ultérieures, du bénéfice annuel par suite d'un renouvellement "plus moderne".

---

(1) le coût de l'équipement intervient bien sûr dans la décision d'acquérir l'équipement.

- la deuxième relation indique, comme on l'a vu en 6.22, que le déclassement intervient lorsque le bénéfice annuel de l'équipement partiellement renouvelé devient nul (ou égal aux intérêts sur la valeur de revente si elle n'est pas nulle).

Au cours de la vie de l'équipement, peut se poser souvent la question du renouvellement partiel : dans chaque cas, on détermine la date $\theta_1(T)$ du renouvellement comme fonction de la date de déclassement, cette dernière se déterminant comme ci-dessus. Si les renouvellements sont fréquents, on rejoint le domaine de l'entretien. Le raisonnement développé ci-dessus montre que l'entretien optimum conduit à un bénéfice d'exploitation qui l'année t n'est plus fonction de t seulement (b (t), mais de t et de la date T de déclassement, soit b(t,T)). A chaque date T de déclassement correspond une politique de gestion physique (entretien, renouvellement) de l'équipement.

Cette formulation met en évidence notamment que l'entretien d'un équipement dépend de la prévision faite pour son déclassement. Cette observation de bon sens est très importante. Il faut éviter d'envoyer à la ferraille des bateaux en parfait état. M. BOITEUX (1) a insisté sur cet aspect de l'entretien à propos des lignes de chemin de fer non rentables :"tant que l'on n'aura pas décidé à l'avance la date de déclassement d'une ligne non rentable, cette ligne sera régulièrement entretenue, et l'on constatera que son déclassement prochain n'est jamais justifié ; car une ligne normalement entretenue, peut lorsqu'on en cesse l'entretien, profiter de l'élan acquis et être maintenue en exploitation plusieurs années encore moyennant des dépenses minimes (et très inférieures bien souvent, aux dépenses totales d'une desserte routière). supposons au contraire que l'on se soit préoccupé il y a une quinzaine d'années de déterminer à l'avance la date à laquelle les lignes non rentables du réseau devraient être successivement abandonnées et que l'on ait géré ces lignes en conséquence. On constaterait en 1952 qu'une ligne dont le déclassement est prévu pour 1954 peut encore tenir deux ou trois ans sans dépenses prohibitives, mais que, au-delà, son maintien appellerait de de telles dépenses de remise en état que personne ne contesterait l'intérêt d'y substituer dorénavant une desserte routière".

---

(1) M. BOITEUX : réflexions sur la concurrence du Rail et de la Route : le déclassement des lignes non rentables et le déficit du chemin de fer

52.4 - LA CHAINE DES REMPLACEMENTS

Nous avons examine jusqu'à présent le problème de la durée pour un seul équipement en faisant l'hypothèse qu'a sa mort il n'était pas remplacé ou du moins remplace par un autre équipement donc le bénéfice total actualise serait nul. Cette hypothèse apparaft trop restrictive. Nous allons maintenant examiner le choix des durées de vie lorsque l'équipement doit être remplace par un autre, puis ce dernier à son tour par un autre et ainsi de suite. Il ne s'agit plus de simplement déclasser mais de construire des chaînes de remplacement. Pour plus de simplicité, nous négligerons l'effet Boiteux de l'entretien.

La date de remplacement d'un équipement dans la chafne apparait dépendante de la date à laquelle il a remplacé l'équipement qui l'a précédé ainsi que la date à laquelle il sera luimême remplacé. Mais il en est de même pour chacune de ces dates et ainsi de suite. C'est-a-dire que les décisions de la chafne des remplacements ne peuvent pas être déterminées isolément, pas plus qu'elles ne peuvent être successivement (du futur au présent, ou du présent au futur), mais elles doivent l'être simultanément. La nécessité de faire intervenir une chaîne indéfinie peut Ctre tournée en assignant à une époque donnée certaines conditions aux limites. Mais celles-ci sont arbitraires et il importe que leurs conséquences soient négligeables : c'est le cas si la période oh interviennent les conditions limites est suffisamment éloignée pour que l'actualisation annule son poids dans le présent.

Le déclassement pur correspond à une condition limite simple (bénéfice total actualisé nul de la chafne des remplacements). Un deuxième type de convention est celui ou à partir d'une époque l'équipement est renouvelé à l'identique : cette hypothèse a donné naissance à la théorie de la chafne constante illimitée qui permet de calculer l'intervalle de temps séparant deux remplacements successifs ; elle serait profondément irréaliste si on prétendait l'appliquer à la lettre dans le présent. Un autre type de convention apparaft plus réaliste pour le présent, c'est celui qui postule la permanence du progrès technique. Nous expliciterons la méthode du "minimum adverse" qui se rattache à ce type.

La chaîne constante illimitée

Appelons T la durée de vie d'un équipement et posons

$$B_T = \int_o^T b(t)\ e^{-it}\, dt + V(T)\ e^{-iT} - C$$

Puisque la chafne est constante et illimitée, les renouvellements se font aux dates T, 2T, 3T.....nT... et actualisé à chacune de ces dates, le bénéfice de l'équipement qui entre en service est B_T. Le bénéfice total actualisé de la chafne , vaut ainsi :

$$B = B_T\ e^{-iT} + B_T\ e^{-2iT} + \ldots\ldots = \frac{B_T}{1-e^{-iT}}$$

Pour trouver cette expression, on peut aussi observer que du fait de la constance de la chaîne et de son infinité si le bénéfice total actualisé à O est B pour toute la chaîne, il est encore B actualisé à T pour les équipements qui entrent en service à T au plus tard donc :

$$B = B_T + B\, e^{-iT}$$

La durée de vie optimum T est celle qui rend B maximum, ce qui est obtenu pour :

$$i\, B\,(T) = b\,(T) - i\, V\,(T) + V'\,(T)$$

Ce résultat généralise dans une certaine mesure celui obtenu dans le cas du déclassement simple gui correspond, on l'a vu, à celui où B (T) = O. A l'époque du remplacement, le bénéfice annuel procuré par l'équipement égale non plus la somme de la perte de valeur en un an et des intérêts sur V, mais le somme de ces deux termes augmentée des intérêts sur la valeur (bénéfice total actualisé) de la chaîne ultérieure des renouvellements. La décroissance de B (t) entraîne que le déclassement se fera plus t8t en cas de renouvellement que s'il s'agissait d'un simple déclassement.

Un cas simple est celui où la valeur du bénéfice annuel décroit linéairement.

$$b\,(t) = b - at$$

Un calcul élémentaire montre que la valeur de la durée optimum des équipements d'une chaîne constante illimitée est au premier ordre (iT petit par rapport à 1).

$$T = \sqrt{\frac{2\,C}{a}}$$

C : coût de l'équipement

a : gradient de détérioration de b

T : ne dépend pas dans ce cas du taux d'actualisation.

Le minimum adverse

La méthode du "minimum adverse" introduite et développée par M. George TERBORGH est une certaine manière "de projeter dans l'avenir la continuation du présent", mais à la différence de la théorie de la chaîne constante, on ne postule pas la permanence du statu quo, mais celle d'un certain type de progrès ce qui est beaucoup moins irréaliste.

La machine construite à l'époque T entraîne à l'époque t un bénéfice b (T,t) inférieur par suite du progrès technique à celui que permet à la machine qui vient d'entrer en service, soit b (t,t).

L'infériorité de service de la machine née à T, peut se mesurer pendant l'année t par :

$$b\,(t,t) - b\,(T,t)$$

La théorie du minimum adverse consiste à caractériser cette infériorité de service par un paramktre dont on pourra postuler la constance. A cet effet, on a considéré une moyenne de la **somme** du **coût** en capital de l'équipement C1 et de son **infériorité** de service totale pendant sa durée de vie entre T_1 et T_2 ; cette moyenne m (T_1, T_2) est telle que :

$$m\int_{T_1}^{T_2} e^{-i\,(t-T_1)}dt = C_1 + \int_{T_1}^{T_2} [b\,(t,t)-b\,(T_1,t)]\,e^{-i\,(t-T_1)}\,dt$$

La date de déclassement T_2 est choisie pour minimiser m (T_1, T_2) par rapport à T_2, soit m_1 la valeur du minimum. Le **postulat**, de cette théorie, est que les équipements ultérieurs auront le même minimum adverse : soit m_p le minimum adverse de l'équipement né à T_p et remplacé à T_{p-1}.

Le théorkme qui justifie l'introduction de la notion de **minimun** adverse dit que si les minimum adverses m_p sont constants, (et ils le sont d'aprks le postulat sur la **permanence** du **progrès),la** stratégie optimum est celle qui consiste à déclasser les équipements $(T_1, T_2..)$ aux époques T pour lesquelles la moyenne actualisée de l'investissement initial **et de** l'infériorité de service de l'équipement à déclasser est minimum.

L'expression de minimum adverse provient de ce que lorsque T_2 augmente, deux effets contraires se manifestent : la part de m qui correspond à l'investissement initial diminue alors qu'augmente le poids de l'infériorité de service.

Dans le cas oh l'infériorité de service croit **linéairement** avec le temps, soit :

$$b\,(t,t) - b\,(0,t) = a\,t$$

au premier ordre la valeur de l'annuité m à minimiser est :

$$m = \frac{C}{T} + \frac{iC}{2} + \frac{a\,(T-1)}{2}$$

et celle de sa **dérivée** :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{a}{2} - \frac{C}{T^2}$$

Lorsque T croit, la part $\frac{C}{T} + \frac{iC}{2}$ correspondant à l'investissement (on verra qu'il s'agit **de l'amortissement) décroît** alors qu'augmente l'effet de l'infériorité de service $\frac{a}{2}$ **(T-1)**

La durée de vie optimum vaut ainsi :

$$T = \sqrt{\frac{2\,C}{a}}$$

A titre d'illustration numérique, appliquons cette théorie pour déterminer la durée de vie des avions à réaction , secteur dans lequel le **progrès** technique **est** continu Une étude récente des prix de revient des principales compagnies utilisant des avions à réaction à montré que le coût des dépenses d'exploitation des appareils s'élève à 10 cents U.S. par T.km contre 2,2 cents U.S. pour l'amortissement. Par ailleurs, ces charges d'exploitation ont baissé de 5 % par an, depuis l'apparition du premier type d'appareils, baisse que l'on peut assimiler en première approximation à une décroissance linéaire en fonction du temps.

Supposons que l'annuité d'amortissement soit égale à 0,13 C, les dépenses d'exploitation annuelles valent :

$$\frac{10}{2,2}\ 0,13\ C = 0,59\ C$$

$$a = 0,05 \times 0,59\ C$$

$$= 0,0295\ C$$

et la durée de vie optimum :

$$T = \sqrt{\frac{2}{a}} = 8,2 \text{ ans}$$

Nous verrons au chapitre suivant que cette durée de vie est compatible avec un amortissement fixé à 13 % du capital. Il se trouve qu'elle est compatible avec la durée de vie physique des appareils mais du même ordre. Si les données numériques sont exactes, on déduit de ce calcul que la politique optimum d'entretien de ces appareils que menace l'obsolescence est délicate.

Si l'on veut plus de rigueur que celle de la théorie du minimun adverse, il faut envisager la chafne des remplacements dans toute son ampleur.

On écrit alors la valeur du bénéfice total actualisé comme une fonction de toutes les dates de déclassement. L' annulation des dérivées partielles par rapport à chacune de ces variables conduit à un ensemble d'ëquations oh n' interviennent que trois dates de remplacement consécutif T_{p-1}, T_p, T_{p+1} (d'oh le nom des équations "aux trois temps")

Ce système peut se résoudre par approximation. Si T_1 est la date de déclassement du ler équipement, la première équation donne celle T_2 du second ; T_1 et T_2 connues on peut calculer T_3 et ainsi de suite. En essayant plusieurs valeurs de T_1, on peut s'approcher de la chafne optimum. Il est inutile de souligner la lourdeur de la méthode et la complexité des calculs.

52.5 - LE 'PROBLEME DU REMPLACEMENT

Revenons pour terminer à un problème d'exposé simple, mais dont la solution concrète est affaire de cas d'espèce à la lumière de ce qui vient d'être dit. Disposant d'un équipement déjà en service, faut-il ou faudra-t-il remplacer cet équipement,quand et par quoi ?

Le bon sens incite à répondre qu'il faut remplacer l'équipement dès que la valeur du coût partiel de l'équipement ancien n'est plus supérieure au coût partiel du nouveau, augmenté des intérêts sur la valeur de l'équipement (compte-tenu, le cas échéant de la valeur de revente). Mais comment tenir compte de la valeur de la chaîne ultérieure ?

a) Si l'on peut accepter l'hypothèse du remplacement par une chaîne constante de bénéfice B (T), par maillon d'équipement l'époque de déclassement T_1 se détermine en minimisant la valeur totale du bénéfice (les valeurs de revente sont négligées)

$$B\ (T_1) = \int_o^{T_1} b_o\ (t)\ e^{-it}\ dt + e^{-iT_1}\ \frac{B\ (T)}{1-e^{-iT}}$$

T_1 optimum est telle que :

$$b_o\ (T_1) = \frac{iB\ (T)}{1\ -e^{-iT}}$$

ce qui s'écrit aussi

$$b_o\ (T_1) = \frac{\int_o^T b(t)e^{-i\ t}\ dt}{\int_o^T e^{-i\ t}\ dt}$$

La date de déclassement optimum est celle pour laquelle le bénéfice brut devient égal à la moyenne actualisée du bénéfice net de l'installation de remplacement.

Cette règle s'entend en négligeant "l'effet Boiteux" : sinon il faut pour déterminer la date optimum tenir compte de la variation cumulée de l'entretien lorsque la date de déclassement change.

b) Si l'hypothèse de la chaîne constante doit être rejetée , même à partir du deuxième renouvellement, on peut recourir à l'utilisation du minimum adverse qui résoud partiellement le problème. On calcule le minimum adverse m_o de l'équipement existant entre aujourd'hui et la date T_1 d'un déclassement éventuel. Si le minimum adverse m, réputé constant de la chaîne indéfinie des renouvellements est inférieur à m_o le remplacement immédiat s'impose. Sinon, il faut attendre mais la théorie du minimum adverse ne dit pas jusqu'à quand.

c) Mais ces cas restent très schématiques et les problèmes concrets sont toujours plus complexes. La théorie n'apporte pas de solution toute faite. Des hypothèses simplificatrices peuvent alléger les calculs, mais il n' y a pas de règle générale et c'est affaire de cas d'espèce. Et pourtant, les problèmes de durée de vie, d'entretien et de remplacement sont très réels et très courants. Comment définir l'entretien pour ne pas disposer au moment du déclassement d'un équipement en trop bon état ? Faut-il hâter le déclassement pour profiter plus tôt des progrès techniques ou faut-il attendre davantage pour disposer d'un équipement encore plus efficient. Voilà des questions très concrètes, mais dont les réponses sont délicates. Il est certain que s'il n'y avait pas de progrès, tout serait plus simple, mais ce n'est pas une hypothèse réaliste. Il faut se garder en tout cas de la faire par simple commodité sinon par paresse, car on peut être conduit à des décisions gravement erronées, par exemple à penser qu'une amélioration est rentable sur une technique ancienne face à la concurrence d'une technique nouvelle alors que le progrès de la technique nouvelle risque de rendre caduque l'amélioration de l'ancienne. La lutte opiniâtre de la marine & voile pour survivre & l'apparition de la marine & vapeur est un exemple célèbre de telles déviations.

53 l'amortissement et le calcul des prix de revient

Les problèmes de choix d'équipements se résolvent, nous l'avons vu, en utilisant la méthode du bilan actualisé ; l'ensemble des dépenses et des recettes consécutives & une certaine décision sont comptabilisées à leur date d'apparition effective, ce qui permet d'associer à cette décision un nombre : le bénéfice actualisé total qui y correspond. Tous les problèmes de choix, au niveau de l'entreprise consistent en la recherche de la décision qui conduira au bénéfice actualisé maximum. A aucun moment la notion d'amortissement n'apparaît dans ce schéma, cette notion n'est pas nécessaire pour prendre des décisions économiquement fondées.

Cependant, il est une autre notion solidement ancrée dans les esprits qui d'ailleurs peut être d'un ma iement commode: celle de prix de revient d'une production donnée. Certains choix économiques peuvent alors s'exprimer en terme de comparaison de prix de revient. Il est utile par exemple d'apprécier à mesure qu'elle se fait, si une production est intéressante au vu des prix de vente auxquels les produits peuvent être écoulés.

Dans le prix de revient deux sortes de termes s'ajoutent ;des coûts d'exploitation qui apparaissent dans la comptabilité de l'entreprise au moment même où la production est effectuée (consommation de matières premières, salaires, etc...) et des charges d'immobilisations correspondant à une dépensé en capital effectuée à un instant donné, dont les fruits recueillis sur une période assez longue couvrent en particulier la période de production à laquelle on s'intéresse. La notion de prix de revient apparait donc liée à un découpage du temps en périodes de production successives auxquelles correspondent des exercices comptables et la détermination des charges de capital se présente comme un problème de ventilation du coût des équipements entre différents exercices comptables.

Amortir un équipement, c'est déterminer les charges d'immobilisation annuelles pour que les choix effectués au vu des prix de revient soient les mêmes que les choix effectués sur la base des bilans actualisée.

53.1 - DEFINITION DES CHARGES D'IMMOBILISATIONS

Imaginons un équipement de coût d'installation C, susceptible de produire pendant sa durée de vie T des recettes annuelles r_t au prix de dépenses annuelles d'exploitation e_t

n

Le bénéfice brut d'exploitation b_t vaut ainsi chaque année :

$$b_t = r_t - e_t$$

Le problème posé est celui de la détermination des charges d'immobilisations x_t qu'il convient, chaque année, de compter afin d'obtenir des résultats d'exploitations significatifs, c'est-à-dire en termes subjectifs :

- une valeur "correcte" de la "totalité" des charges que — porte l'exploitation, soit :

$$d_t = x_t + e_t$$

- la valeur du bénéfice net "réel" β_t qui représente le "vrai profit qu'à apporté au propriétaire de l'équipement une année d'exploitation.

$$\beta_t = b_t - x_t = r_t - (x_t + e_t)$$

Si x_t peut être déterminé, les charges totales de l'exploitation $x_t + e_t$ peuvent être comparées aux recettes et il est possible de savoir, au niveau de l'exploitation, si la production est bénéficitaire.

Cela est le cas par exemple des services d'exploitation d'une entreprise qui dispose des équipements en échange de loyers x_t payés au service de l'entreprise chargée de la gestion des équipements. La comptabilité analytique d'exploitation enregistre à la fois les charges d'exploitation e_t et les charges x_t débitées par le service gérant des immobilisations et fait apparaftre directement la comparaison des charges à la totalité des recettes. Pour l'exploitation, il est clair que x_t est liée à la valeur d'usage de l'équipement.

-Identité fondamentale

S'il existe un marché des équipements, il est facile de connaftre la valeur d'usage V_t d'un équipement, l'année €.Ceci est dans une certaine mesure le cas des automobiles,bien que le marché des véhicules d'occasion soit bien imparfait . Mais l'existence de marchés pour les équipements est l'exception . Il est pourtant utile de l'imaginer pour comprendre la nature réelle des charges d'immobilisations en définissant la valeur d'usage V_t des équipements, comme étant celle donnant lieu à transaction l'année t sur le marché idéal. Entre x_t et V_t il existe, en effet, une identité fondamentale.

Si la valeur d'usage V_t d'un équipement est connue, la valeur de la disposition de cet équipement pendant un an (x_t par définition), valeur que nous appellerons charges d'immobilisations , comprend deux termes :

- la valeur de la dépréciation physique de l'équipement qui l'année t vaut $V_{t-1} - V_t$ si l'on suppose que V_t est la valeur au 31 Décembre de l'année t. Ce terme correspond à l'amortissement a_t, tel qu'il est généralement défini :

$$a_t = V_{t-1} - V_t$$

- la valeur des intérêts sur le capital immobilisé pendant un an, ce qui correspond à ce que nous appellerons <u>charges financières</u> et qui vaut avec un taux d'intérêt i

$$i\ V_{t-1}$$

Cette charge est bien réelle puisque, si l'entrepreneur à emprunté pour acquérir l'équipement, au début de l'année t, elle correspond aux intérêts qu'il devra payer à son prêteur. Si le propriétaire exploite lui-même son équipement, il se prive des intérêts qu'il aurait pu recueillir en prêtant le capital correspondant.

Ainsi, <u>les charges d'immobilisations</u> x_t apparaissent comme la somme des charges d'amortissement et des charges financières comme l'indique <u>l'identité suivante</u> :

$$53.11 \qquad x_t = V_{t-1} - V_t + iV_{t-1} \qquad (1)$$

Il faut bien noter que <u>cette relation définit une correspondance entre la valeur d'usage et l'amortissement</u> et ne détermine pratiquement l'amortissement que dans la mesure où la valeur d'usage est connue.

La relàtion 53.11 peut également s'écrire :

$$x_t = (1 + i)\ V_{t-1} - V_t$$

Si l'on note par la lettre surlignée la valeur actualisée à une certaine époque (d'ailleurs quelconque), la relation (1) signifie tout simplement, qu'en valeur actualisée, les charges d'immobilisation correspondent à la diminution de valeur d'usage :

$$\bar{x}_t = \bar{V}_{t-1} - \bar{V}_t \qquad (2)$$

d'où l'on déduit immédiatement en appelant T la durée de vie de l'équipement :

$$\sum_{o}^{T} \bar{x}_t = \bar{V}_o - \bar{V}_T \qquad (2)$$

Pour simplifier, on supposera la valeur de revente nulle $V_T = 0$ (donc $\bar{V}_T = 0$).

La relation précédente peut s'interpréter de trois façons : -

a - si l'année d'actualisation est celle de mise en service, V_o est tout simplement la valeur à neuf de l'équipement et il

---

(1) En notations continues, les charges d'immobilisations valent :

$$x(t) = -\frac{d\ V\ (t)}{dt} + i\ V\ (t)$$

$$x(t) = -V'(t) + i\ V\ (t)$$

Toutes les relations de ce chapitre peuvent aussi s'exprimer en notations continues (cf les notes en bas de page).

(2) en notations continues, si l'on pose

$$\bar{V}(t) = V(t)\ e^{-it} \quad \text{alors} \quad \frac{\bar{V}(t)}{dt} = V'(t)\ e^{it} - i\ V(t)\ e^{-it} = -x(t)e^{-it}$$

apparaît ainsi que la somme actualisée des charges d'immobilisations futures est égale à la valeur à neuf de l'équipement. Cette propriété est à rapprocher de celle des amortissements.

$$a_t = V_{t-1} - V_t$$

dont la somme (non actualisée) est égale à la valeur à neuf. <u>Les charges d'immobilisations apparaissent ainsi comme un moyen de répartir sur plusieurs exercices le coût des équipements</u>

b - Si l'année d'actualisation est celle du déclassement $\bar{V}_o$ est la valeur qu'à pris le capital V_o placé à intérêt composé il y a T années. $\bar{V}_o$ correspond bien à la valeur qu'aura à rembourser l'entrepreneur qui a emprunté pour réaliser son équipement et qui a différé tout remboursement.

$\sum \bar{x}_t$ représente la valeur, l'année du déclassement, des charges d'immobilisations convenablement placées dès qu'elles sont disponibles. <u>Les charges d'immobilisations apparaissaient ainsi comme étant ce qu'il faut prélever sur les réeultats d'exploitation pour assurer le service et le remboursement des emorunts</u>. Le résultat précédent se maintient évidemment si l'emprunt est rembourse à mesure que les disponibilités apparaissent, ou suivant toute politique intermédiaire. 11 convient cependant d'observer que les charges d'immobilisations ne permettent le remboursement des emprunts que dans lamesure oh la décroissance des emprunts n'est pas plus rapide que celle de la valeur d'usage de l'équipement. Vouloir aller plus vite et prélever davantage sur les résultats d'exploitation n'est pas justifié sur le plan de l'économie pure (cela peut l'être cependant sur le plan fiscal).

c - la même relation actualisée à l'année de déclassement montre aussi que <u>les charges d'immobilisations permettent, ce qui est une autre interprétation, d'assurer le paiement des intérêts de l'emprunt initial, tout en dégageant au moment du déclassement une possibilité de financement suffisante pour le renouvellement à l'identique de l'équipement</u>. Il n'est naturellement pas question d'assurer, à la mort de l'équipement à la fois de remboursement de l'emprunt initial et l'autofinancement de son successeur.

Ces diverses interprétations montrent la richesse de la notion d'amortissement. Il convient dans les applications de bien les distinguer tout en les sachant équivalentes. Pour aller plus avant dans la détermination des charges d'immobilisation il faut préciser maintenant comment on peut approcher la valeur d'usage des équipement.

---

(2) suite :

d'où pour les deux relations

$$\bar{x}(t) = -\frac{d\bar{V}(t)}{dt} \qquad \int_o^T \bar{x}(t)\,dt = \bar{V}(o) - \bar{V}(T)$$

53.2 - DETERMINATION DES CHARGES D'IMMOBILISATIONS

Le paragraphe précédent a montré que la recherche de la valeur d'usage V_t, de l'amortissement a_t ou des charges d'immobilisations x_t correspondant au même problème. La connaissance de l'une des suites entraîne celle des autres. Suivant les cas, une approche apparaît plus efficace que les autres.

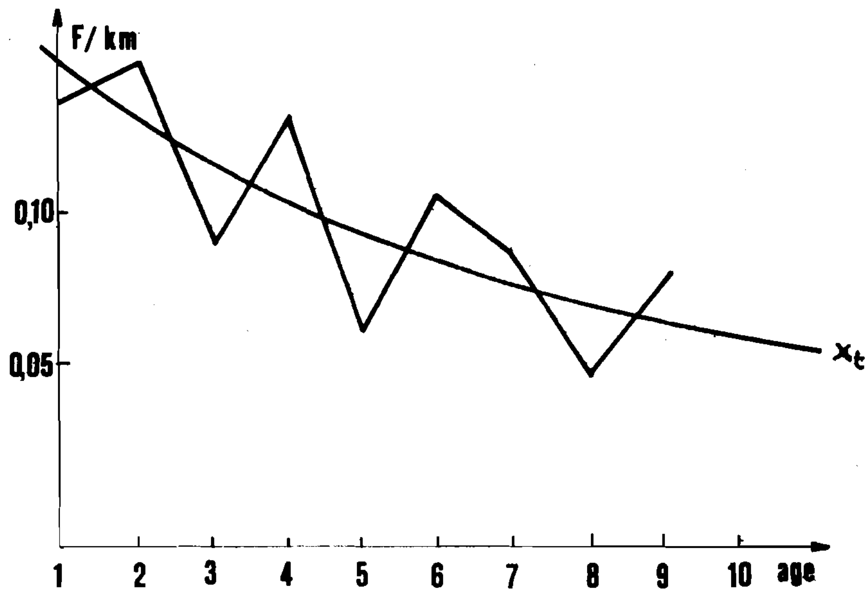
- Existence d'un marché des équipements

Le cas oh il existe un marché des équipements "d'occasion" est le plus simple du point de vue théorique puisque l'on peut y observer directement les valeurs V_t. Il s'agit, en fait, d'un cas très rare et même le marché des automobiles est une image bien imparfaite du schéma idéal à cause du manque d'information des acheteurs sur le passé des véhicules. Cependant, pour ce cas au moins, amortissement et charges d'immobilisations peuvent être assez directement détermines.

On peut lire, par exemple, sur l'Argus de Décembre 1965 l'évolution suivante pour la valeur de la 403 Peugeot :

Age	Valeur
1 an	7.350 F
2 ans	6.450 F
3 ans	5.400 F
4 ans	4.900 F
5 ans	4.100 F
6 ans	3.700 F
7 ans	3.000 F
8 ans	2.450 F
9 ans	2.200 F
10 ans	1.650 F

Les charges d'immobilisations correspondantes pour un taux d'intérêt de 6 % s'établissent en moyenne par kilomètre, pour un parcours annuel de 10.000 km, aux valeurs portées sur le graphique suivant. Les oscillations autour de la tendance sort le reflet des imperfections du marché ou de ses réactions aux modifications qui ont pu intervenir sur le modèle.



- Existence d'un marché des locations d'équipement

Le fonctionnement du marché peut porter directement sur le service offert par l'équipement ; c'est, par exemple, le cas pour le marché de location de locaux à usage de bureau ou d'habitation. Dans ce cas, l'identité (53.11) permet. de déterminer la valeur de l'équipement. En particulier, on peut noter que cette identité entraîne :

$$\sum_{t}^{T} \bar{X}_t = \bar{V}_{t-1} - \bar{V}_T$$

et $$\bar{V}_{t-1} = \sum_{t}^{T} \bar{x}_t \qquad \text{si } V_T = 0$$

relation qui signifie que la valeur de l'équipement à un instant donné est égale à la valeur actualisée des loyers qu'il peut procurer.

Cette loi est bien observée sur le marché de vente des appartements à loyer bloqué : la valeur de vente des appartements occupés est bien inférieure à celle des appartements libres. La pratique de la "reprise" est le mécanisme échappatoire qui "spontanément" est apparu pour qu'en fait la valeur V_t de l'appartement soit bien celle correspondant à un loyer normal le blocage des loyers aboutit à donner tout simplement une partie de V_t donc pratiquement du droit de proprikté, à l'occupant des lieux. On connaît les conséquences néfastes de cet état de choses sur la politique du logement.

- Il existe d'autres cas où x_t peut être déterminé par référence à un marché théorique des locations. C'est par exemple, celui des charges d'immobilisations à prendre en compte dans un atelier où un parc de machines d'âge différent participe à la même fabrication. Si, pour simplifier, on suppose des dépenses d'exploitation analogues pour chacune , les charges d'immobilisations des machines utilisées doivent être identiques quel que soit leur âge, car s'il n'en était pas ainsi le principe de la minimation du prix de revient, ou la "concurrence" à l'intérieur du parc exigerait que l'on retire du service les machines les plus "chères". Or, imposer que x_t soit le même quelque soit l'âge, étant entendu que le prix des machines neuves est connu ainsi que la valeur de revente des machines déclassées V_t étant connu, on détermine alors la valeur commune de x_t.

On s'aperçoit, si le parc est constitué de machinesanalogues, d'âge régulièrement réparti, que la totalité des charges d'immobilisations pendant une période donnée permet de couvrir, outre les frais financiers sur le capital immobilisé, les achats de machines neuves pour remplacer celle qui sont mortes pendant la période, terme qui correspond, dans ce cas particulier, à la dépréciation physique de l'équipement.

Il est facile d'établir ces résultats en raisonnant avec les notations continues. Quel que soit l'âge θ de la machine, ses charges d'immobilisations annuelles doivent être constantes.

$$x(\theta) = x = \text{constante}$$
$$x(\theta) = -V'(\theta) + i\,V(\theta)$$

La solution de cette équation différentielle avec comme conditions aux limites

$$\begin{cases} V(0) = c \\ V(T) = 0 \end{cases}$$

est

$$\begin{cases} x = \dfrac{iCe^{iT}}{e^{iT}-1} \\ V(\theta) = \dfrac{x}{i} - \left(\dfrac{x}{i} - c\right) e^{i\theta} \end{cases}$$

A un instant donné, la valeur du parc de N machines d'âge régulièrement réparti est :

$$V = \int_0^{\theta} V(\theta) \frac{N}{T} d\theta = NC \left[\frac{e^{iT}}{e^{iT}-1} - \frac{1}{iT} \right]$$

La valeur des charges annuelles d'immobilisations pour l'ensemble du parc vaut par ailleurs:

$$X = Nx = \frac{i\ CN\ e^{iT}}{e^{iT} - 1}$$

Ces charges totales peuvent se calculer aussi en appliquant l'identité fondamentale à l'ensemble du parc des machines :

- pendant un an il faut remplacer $\frac{N}{T}$ machines, donc dépenser $\frac{NC}{T}$, ce qui compense la dépréciation du parc.
- la valeur immobilisée dans le parc est V ; les charges financières valent donc :

$$iV = NiC \left[\frac{e^{iT}}{e^{iT}-1} - \frac{1}{iT} \right]$$

On vérifie bien que la somme de ces deux termes est égale à Nx

Si T est petit par rapport à 1, un calcul de premier ordre que

$$X = \frac{NC}{T} + i\frac{NC}{2}$$

Ce résultat approché est évident : le premier terme qui correspond à l'amortissement ne pose pas de difficulté;le deuxième qui correspond aux charges financières provient de ce que si iT est petit, par exemple la durée de vie des équipements petite, on peut négliger l'effet de l'actualisation.
La détermination des charges d'immobilisations dans le cas d'un parc de matériel reste possible même lorsque les hypothèses simplificatrices retenues dans le cas particulier précédent ne sont plus vérifiées (valeur de revente nulle, durée de vie constante, dépenses de fonctionnement constantes). Les caiculs deviennent par contre extrêmement complexes.

- Cas général

Il faut reconnaitre cependant que dans le cas général La spécifité des équipements est telle que l'on imagine assez difficilement le marché qui permettrait d'estimer les valeurs d'usage. Il faut, dans ce cas, se référer aux principes de choix des investissements.

Un investissement qui permet d'espérer des bénéfices bruts annuels d'exploitation $b_t = r_t$ - et ne sera réalisé que si la valeur totale actualisée des bénéfices bruts excèdes la valeur C de l'investissement initial.

On doit d'ailleurs choisir la variante qui rend maximum cet excédent ou bénéfice actualisé :

$$B = R - E - C \qquad R = \sum_t \bar{r}_t$$

$$E = \sum_t \bar{e}_t$$

Or, nous avons vu que :

$$C = \sum_t \bar{x}_t \text{ c'est-à-dire : } B = \sum_t (\bar{r}_t - \bar{e}t - \bar{x}_t) = \sum_t (\bar{b}_t - \bar{x}_t) = \sum \bar{\beta}_t$$

Le bénéfice net actualisé apparait ainsi comme la somme des bénéfices nets annuels d'exploitation. Les charges d'immobilisations sont, dans cette optique, l'artifice qui permet de répartir sur chaque exercice le bénéfice net total à attendre d'un équipement.

Si une opération présente un bilan positif, il est possible de définir au moins une politique d'amortissement (suite des x_t) qui fasse apparaitre l'exploitation bénéficitaire chaque année tout en respectant la durée d'amortissement, qui correspond à la durée pendant laquelle l'investissement est utilisable, donc producteur de recettes et qui correspond à la période utile pour le bilan (sous réserve de la récupération des valeurs de revente).

Dans le cas d'équipements dont la durée de vie physique excède celle d'utilisation envisagée, à cause de l'obsolescence par exemple, il n'y a pas de doute que la théorie enseigne que les amortissements doivent se faire sur la durée d'utilisation prévue, soit celle retenue pour le bilan actualisé, et non sur la durée physique possible qui peut être plus longue.

Si l'investissement à amortir est juste rentable B = O et

$$\sum_t (\bar{b}_t - \bar{x}_t) = 0$$

Il est raisonnable de fixer les charges d'immobilisations de façon que chaque année le bénéfice net soit nul.

On retrouve au passage que la valeur d'usage de l'équipement est la valeur actualisé des bénéfices bruts futurs.

Si, par contre, l'investissement présente un bénéfice total actualisé B positif, x_t n'est pas complètement déterminé, en imposant aux bénéfices nets annuels β_t d'être positifs. Le problème reste en pratique dans ce cas, indéterminé et ne peut se résoudre que dans le cadre de la gestion de l'actif de l'entreprise. Si l'on pense que l'avenir est incertain et que les recettes y sont peut-être surestimées, on fixera x_t maximum pour annuler β_t les premières années en choisissant par prudence un amortissement rapide et en remettant à plus tard la distribution des bénéfices ; si, au contraire, le climat est serein, on peut chercher à faire apparaître dès les premières années le bénéfice total possible et à ralentir en conséquence l'amortissement de l'équipement.
La politique pratique se situe entre ces extrêmes et doit tenir compte d'autres éléments pour fixer l'amortissement.

Si l'on a affaire, par exemple, à un équipement entretenu pour rester dans le même état et dont l'utilisation augmente au cour's du temps, il est naturel de considérer que le coût des charges d'immobilisations par unité de service rendu doit rester constant, c'est-3-dire que les charges annuelles vont en augmentant. Le cas inverse appelle des remarques similaires.

Dans tous les cas cependant, B comparé à C n'est pas tel que compte-tenu de l'incertitude des données et des prévisions chaque année la détermination des charges d'immobilisations ne se fasse pas par rapprochement avec le bénéfice brut. En pratique, il en résulte que là aussi, la valeur d'usage n'est pas très différente de la valeur totale actualisée des bénéfices bruts futurs. Elle n'en diffère que de la rente pure qui s'attache à la réalisation de l'équipement et, dans une économie suffisamment fluide et active, ces cas doivent être l'exception

53.3 - CALCUL DES CHARGES D'IMMOBILISATIONS

La méthode de base pour le calcul des charges d'immobilisations est la référence à la valeur d'usage de l'équipement : elle implique de ce fait une comparaison avec un marché réel ou fictif. Dans la pratique toutefois le problème peut se résoudre plus simplement lorsque ne se pose pas de problèmes graves d'obsolescence. Plusieurs règles d'amortissement sont utilisées. Il n'y en a pas de meilleure : leur valeur est à apprécier dans chaque cas d'espèce comme il est dit ci-dessus. Il y en a toutefois de plus ou moins commodes. Mais là aussi la commodité doit être acceptée que dans la mesure où elle est compatible avec la précision des estimations.

a - Amortissement constant

On fait l'hypothèse que a_t est une constante

$$a_t = V_t - V_{t-1} = \text{constante}$$

Pour l'équipement d'âge θ et de durée de vie T et de valeur de revente nulle :

$$a = \frac{C}{T}$$

$$V(\theta) = C\left(1 - \frac{\theta}{T}\right)$$

Les charges d'immobilisations valent :

$$x_\theta = \frac{C}{T} + i\,C\left(1 - \frac{\theta}{T}\right)$$

Elles sont décroissantes en fonction du temps

Cette décroissance est réaliste car les charges d'entretien augmentent avec l'âge et souvent la valeur du service rendu reste constante.

b - Charges d'immobilisations constantes

Ce cas correspond aux hypothèses faites dans l'exemple du parc da machines développé plus haut.

Les formules sont les suivantes :

$$x = \frac{i\ C}{1+i} \quad \frac{(1+i)^T}{(1+i)^{T-1}}$$ en notation discontinue

$$x = i\ C \quad \frac{e^{iT}}{e^{iT} - 1}$$ en notation continue

. La valeur de l'équipement décroissant en fonction du temps, les charges financières aussi, "l'amortissement", dans le cas de "l'amortissement par annuité constante", augmente avec l'âge donc la valeur de l'équipement décroît moins vite que dans le cas précédent. Cette évolution manque souvent de réalisme d'où les limites de la règle de "l'annuité constante".

On peut remarquer que la <u>formule parfois utilisée</u> $\frac{C}{T} + iC$ <u>est fausse</u>, car elle ne tient pas compte pour les charges financières, de la décroissance de capital immobilisé.

Par contre, <u>la formule approchée</u> (par défaut) $\frac{C}{T} + i\frac{C}{2}$ <u>est valable</u> si le produit iT est petit par rapport à l'unité

Il est intéressant d'observer que si l'amortissement est correctement défini, il est indifférent que l'entretien important reste dans les dépenses d'exploitation ou passe dans les immobilisations. Supposons, en effet, que e_t représente cette part annuelle de l'entretien sur laquelle on hésite. Si elle est considérée comme dépense d'exploitation, la valeur d'usage de l'équipement est V_t ; si elle est considérée comme gros entretien et prise en charge par les immobilisations, la valeur d'usage devient V'_t et dépasse V_t de la valeur actualisée de l'entretien des années futures.

$$\bar{V}'_t = \bar{V}_t + \sum_{t+1}^{T} \bar{e}_t$$

V'_t est bien la valeur nouvelle qu'acquiert pour l'exploitant l'équipement pour lequel il n'aura plus 3 supporter directement l'entretien e_t.

Les charges d'immobilisations correspondantes doivent valoir:

$$\bar{x}_t = \bar{V}'_{t-1} - \bar{V}'_t = \bar{V}'_{t-1} + \sum_{t}^{T} \bar{e}_t - \bar{V}'_t - \sum_{t+1}^{T} \bar{e}_t$$

soit $\bar{x}'_t = \bar{x}_t + \bar{e}_t$ c'est-3-dire $x'_t = x_t + e_t$

c'est-&-dire qu'en fait, le compte d'exploitation supporte chaque année le même total de charges qui sont seulement baptisées différemment.

d - <u>Les charges d'immobilisations en période d'inflation</u>

Une des caractéristiques des situations d'inflation est qu'il s'agit en général de période où les prévisions sont difficiles. Nous négligerons pourtant en commençant cet aspect fondamental pour voir plus clairement les choses.

Considérons donc une inflation chronique et régulière telle que les prix augmentent chaque année à un taux constant. En ce qui concerne le taux d'intérêt il nous faut distinguer le taux nominal i du marché du taux i_r qui s'établirait si, toutes choses égales d'ailleurs, les prix resteraient constants.

Deux situations extrêmes sont possibles :

- le marché des capitaux a pleinement conscience du phénomène de l'inflation et, par conséquent, les épargnants n'acceptent de prêter leur argent qu'à un taux i égal à la somme de i_r et du taux a de croissance des prix.

$$i = i_r + a$$

La charge annuelle devient, avec les notations de la relation

$$x_t = V_{t-1} - V_t + (i_r + a)\, V_{t-1}$$

- le marché des capitaux ne réagit pas devant l'inflation et, le taux i est égal à i_r. Dans ce cas, l'entreprise doit réévaluer annuellement la valeur de ses installations . En effet, en supposant qu'elle ait initialement acheté son matériel avec ses propres fonds, elle ne disposera à la fin de l'amortissement que d'une somme équivalente en valeur nominale et se sera appauvrie. Dans le premier cas, cela ne se serait pas produit puisque l'entreprise aurait encaissé des charges financières plus élevées, ce qui aurait compensé la faible valeur des amortissements . Cette deuxième situation conduit donc si l'on réévalue les amortissements aux mêmes charges annuelles que la première, mais à une répartition différente entre amortissements et charges financières.

$$x_t = (1 + a)\, V_{t-1} - V_t + i_r\, V_{t-1}$$

$(1 + a)\, V_{t-1}$ est la valeur de l'équipement à t-1 exprimé dans la monnaie de l'année t.

- En pratique, le taux d'intérêt du marché n'est ni i_r, ni i_r + a. Le taux d'intérêt n'est pas insensible au phénomène d'inflation, mais son augmentation ne tient pas pleinement compte de la dépréciation de la monnaie. Par conséquent :

$$i_r < i < i_r + a$$

Si l'entreprise connaissait i_r, elle aurait le choix entre deux politiques équivalentes :

- compter les charges financières au taux i_r et réavaluer la valeur des installations.
- calculer les charges financières au taux i_r + a et ne pas réévaluer les installations.

53.4 - PRIX DE REVIENT ET COMPTABILITE

Nous venons de voir comment pouvait être calcul6 un élément important du prix de revient : les charges d'immobilisations. Nous avons fait souvent référence à des dépenses passées qui se trouvaient réparties sur plusieurs années. I1 importe de souligner en terminant un aspect essentiel des coûts.

Une dépense n'a de l'importance du point de vue économique que si elle est à faire. Le coût d'une production n'est à définir du point de vue économique que par référence aux conséquences futures d'une décision concernant le programme de production.

L'observation des dépenses passées n'est utile que dans la mesure où le futur continue le passé. La définition de l'amortissement en fonction de la valeur d'usage, somme des bénéfices futurs, est bien conforme à ce point de vue. L'évolution de la valeur d'usage est telle toutefois que si le futur a bien prolongé le passe comme cela était prévu au moment de l'établissement du bilan actualisé initial, la somme des amortissements égalera l'investissement initial. S'il n'en est pas ainsi, par exemple par suite de l'apparition d'un nouveau matériel, il faut abandonner toute référence au passé : il serait erroné de continuer à utiliser un matériel à déclasser par suite du progrès technique, sous prétexte qu'il ne serait pas encore "amorti". Nous retrouverons ici une observation déjà faite à propos des renouvellements. Cela ne doit pas surprendre car l'amortissement n'est que la traduction dans le cadre des dépenses annuelles, de données globales touchant la vie complète des équipements.

Cette orientation vers le futur des coûts économiques explique leur différence avec les coûts que dégage la comptabilité de l'entreprise qui, au contraire, enregistre les dépenses passées Une comptabilité bien organisée peut pourtant être d'un grand secours pour l'estimation des coûts futurs à condition qu'un certain nombre de précautions soient prises :

a) il faut d'une façon générale toujours se demander comment les éléments de dépenses passées évolueront dans le futur

b) il faut se garder des ventilations arbitraires que fait la comptabilité pour aboutir à des prix de revient par activité : la notion fondamentale de coût en économie est celle de coût marginal. Lorsque je me demande s'il est intéressant de produire plus pour le prix de vente p, je doit comparer à p le prix de revient qui inclut toutes les dépenses supplémentaires qu'occasionne un accroissement de la production. Mais les dépenses fixes, si elle sont réellement fixes, ne changeront pas et n'ont donc pas à intervenir dans ma décision.

Cette observation trouve toutefois ses limites dans ce qui a été dit précédemment sur la difficulté de calculer les coûts marginaux et les risques de sous-estimation de ces derniers lorsqu'une analyse insuffisante conduit à classer dans les dépenses fixes celles qui, à long terme, par exemple ne le sont pas.

c) il faut enfin être prudent dans l'utilisation de la comptabilité pour estimer les charges d'immobilisations. L'amortissement dans une comptabilité répond à d'autres règles que celles énoncées ici : il faut tenir compte en particulier des implications de la fiscalité sur le bénéfice des entreprises qui conduit à amortir au plus vite (dans les limites de la réglementation) pour réduire les bénéfices d'exploitation (au sens fiscal). Il est à noter, d'ailleurs, que les entreprises en déficit tendent au contraire à sous-estimer les amortissements pour réduire le déficit. Par ailleurs, les charges **financières** correspondent non **pas** à la valeur réelle des investissements, mais à celle des emprunts obligataires de la société, ce qui est tout différent. **Il** n'y a **pas** en particulier au niveau du compte d'exploitation de charges correspondant aux investissements financés par le capital social (actions) de la Société. Enfin, et surtout, l'inflation fait que la valeur des actifs est sous-estimée. Le mécanisme complexe des provisions contribue enfin à retirer pratiquement toute signification économique à la valeur des charges d'immobilisations inscrites en comptabilité.

Il importe donc, d'être vigilant dans l'estimation des prix de revient à partir des comptabilités qui restent pourtanteouvent une source de documentation utile pour **l'ingénieur** économiste.

54 caractères spécifiques des investissements de transports

Le choix des équipements, ainsi que les **problèmes** connexes d'entretien de renouvellement et d'amortissement qui viennent **d'être** exposés sont ceux qui se posent aux entreprises : ils ont été traités dans l'optique de l'entreprise, ce qui, en précisant le sens, en limite la portée. Beaucoup de **problèmes** d'équipement dans le secteur des transports présentent, par rapport au schéma qui a été retenu, une spécifité sur laquelle nous devons nous arrêter maintenant.

Cette spécifité est due **à** l'un ou à plusieurs des caractères suivants :

- taille de l'équipement par rapport aux dimensions du marché
- importance des avantages qui ne donne pas lieu directement à échange monétaire (**notamment** valeur du temps).
- distorsion possible par suite de lourdes fiscalités spécifiques (par exemple, carburants).
- interaction entre équipements de transport et localisation des activités économiques.

54.1 - RENTABILITE DES GRANDS INVESTISSEMENTS ; NOTIONS DE SURPLUS.

Un **équipement** est grand lorsque son utilisation **entraîne** une modification importants des conditions économiques. Cette notion n'est pas forcement liée au montant de l'investissement: porter de **4,50** m **à 4,80** m le gabarit routier ou augmenter de 1 m le tirant d'eau du canal de Panama, nécessite **des investissements** fort importants sans pour autant perturber les conditions des transports routiers ou maritimes ; par contre, construire une route qui désenclave une cuvette jusqu'alors sans liaisons terrestres avec le reste' du pays va modifier radicalement la vie économique de la cuvette.

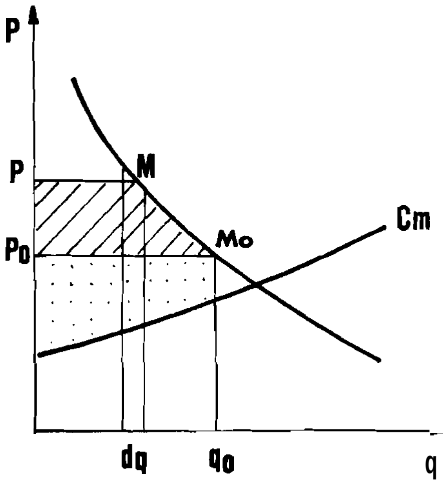
On peut préciser la notion de taille de l'investissement en disant qu'un investissement est grand lorsque son utilisation modifie les prix qui régnaient avant sa réalisation.

Un tunnel sous la manche est un grand investissement parce qu'il est susceptible de réduire beaucoup le coût de la traversée.

Or, on a vu au chapitre premier que le critère du bénéfice maximum est un critère acceptable pour Le comportement de l'entrepreneur que dans la mesure où l'entrepreneur n'a pas la possibilité d'influer sur les prix des biens qu'il consomme ou produit. Il en va de même pour le critère du bénéfice actualisé qui en est la généralisation. On comprend, dès lors, pourquoi lorsque l'investissement est grand on ne peut en mesurer l'intérêt économique par le calcul du bénéfice actualisé.

On sait ce qu'il ne faut pas faire, mais malheureusement , la théorie n'a pas jusqu'à ce jour dégagé de règles vraiment indiscutables, précisant la conduite à suivre dans le cas de grands investissements.

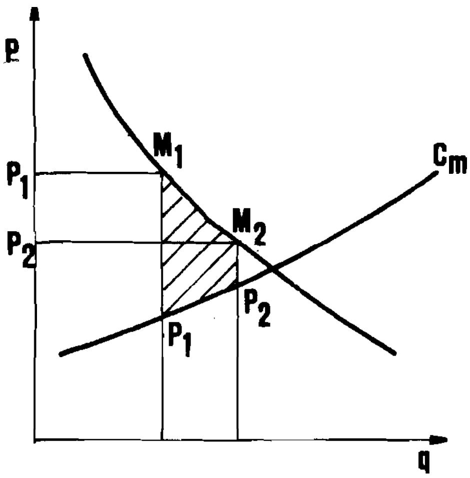
a - une solution a été apportée au siècle dernier par Dupuy qui a introduit la notion de surplus



Considérons sur un graphique (q,p) la loi de demande d'un bien au tarif p la quantité q de ce bien est achetée. Si le prix de vente est p_o (situation M_o) tous les acheteurs tels que M qui auraient été disposés à acquérir le bien à un prix p supérieur à p , vont l'acheter à p_o en bénéfician? ainsi déun bien qui pour eux présentait une valeur supérieure à p_o. On appelle eurplue dans cette tranche d'utilisateurs - marginale au prix p, la quantité $(p-p_o)\,dq$.

En faisant la somme de ce surplus élémentaire pour tous les acheteurs du bien au prix p_o on obtient <u>le surplus des consommateurs (ou des usagers) au prix p_o</u>. Cette grandeur est représentée par l'aire hachurée sur le graphique ci-contre.

De même pour l'entreprise de production (où l'ensemble des entreprises) dont le coût marginal C_m varie en fonction de q, une vente de la totalité de la production au prix p_o entraîne pour chaque unité produite un bénéfice $p_o - c_m$.



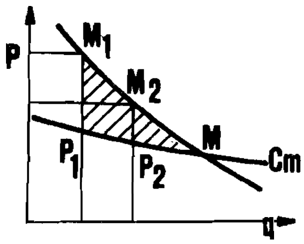
Le bénéfice total de l'entreprise (ou des entreprises <u>surplus du producteur au prix p_o</u> est représenté par l'aire pointillée du graphique précédent.

On appelle <u>surplus</u> la somme du surplus du consommateur et du surplus du producteur. Cette grandeur est difficile à définir dans l'abeolu car la courbe de demande comme celle de coût marginal sont mal définies pour les faibles valeurs de q.

Par contre, il est relativement plus aisé de définir la variation de surplus entre deux situations de prix p_1 et p_2 c'est sur le graphique ci-contre l'aire M_1, M_2, P_2, P_1)

On voit en quoi le surplus généralise le bénéfice de l' entretrepreneur : le surplus tient compte en plus du bénéfice de ce que l'on pourrait appeler le bénéfice des usagers.

Dans le cas de grands investissements, il faut maximiser le surplus et non le bénéfice. Comme pour le bénéfice, on calcule le surplus net total actualisé et l'on retient la variante qui maxime le surplus actualisé à condition encore que ce maximum soit positif.



A titre d'illustration de la notion de surplus, on peut véréfier que la maximation du surplus conduit les entreprises dont le coût marginal est décroissant, à vendre au coût marginal (sur le graphique joint l'aire $M_2P_2P_1$ est maximum pour M_2 en M), alors que leur bénéfice n'est pas maximum et est négatif en cas de vente au coût marginal ce qui est pourtant une condition nécessaire de l'optimum de production.

Cette notion de surplus soulève un certain nombre de difficultés. D'abord, il faut le noter, en calculant un surplus on n'hésite pas à passer outre au principe du "no bridge" et à additionner les avantages de chacun des consommateurs ; on a vu au chapitre sur le rôle de l'Etat, que cela se faisait moyennant certaines hypothèses. Mais surtout le surplus repose sur la loi de demande "statique" (celle qui décrit les réactions du marché actuel à des offres de prix variables) , alors que l'utilisation du surplus dans le choix des investissements est dynamique et consiste à comparer les avantages qui vont résulter de la réalisation d'un équipement à son coût de construction.

b - M. LESOURNE a essayé de fonder la notion de surplus , sur des bases plus satisfaisantes.

Il part de la distribution entre les transformations marginales et les transformations structurelles d'une économie : une transformation cesse d'être marginale pour devenir structurelle lorsque à l'échelle du phénomène qui nous intéresse les prix ne peuvent, au premier ordre, être considérés comme constants.

Dans le cas d'une transformation marginale de l'économie, on a défini dans le chapitre sur l'Etat, la variation d'utilité collective, soit :

$$dU = \sum_i p_i \, dq_i$$

La variation d'utilité collective est égale à la somme pour tous les consommateurs de la valeur de la variation de consommation (dq_i pour le bien i) mesurée à prix p_i constant.

Dans une économie fermée avec plein emploi des ressources dU est aussi égal à la somme des variations de db^h des bénéfices des entreprises (toujours à prix constant) :

$$dU = \sum_h db^h$$

Dans le cas où l'entreprise h ne produit qu'un bien dont le coût marginal est c^h :

$$db^h = (p^h - c^h)\, dq^h$$

Lorsqu'il s'agit d'une variation structurelle de l'Etat 1 à l'Etat 2 de l'économie, M. LESOURNE imagine, à l'exemple des raisonnements de la thermodynamique, qu'il est possible de calculer la variation totale de l'utilité collective entre les Etats 1 et 2 en intégrant les expressions de dU le long d'un chemin succession d'états d'équilibre supposés varier de façon continue de (1) à (2). Le chemin est décrit lorsqu'une variable varie de 0 & 1.

Chacune des variables qui décrivent un état d'équilibre de l'économie devient une fonction de t, et la variation totale d'utilité collective s'écrit :

$$\Delta U_1^2 = \int_0^1 db^h (t)$$

ou si les entreprises ne produisent qu'un bien

$$\Delta U_1^2 = \int_0^1 [p^h (t) - c^h (t)] \; dq_h (t)$$

On retrouve pour la variation d'utilité collective une définition analogue à celle du surplus sous la réserve importante toutefois que les courbes de demande et de coût marginal de la définition classique sont remplacées par les courbes qui expriment comme p et q d'une part et c et q d'autre part varient le long de la transformation continue.

Le principal reproche qui est fait à cette présentation est l'utilisation d'une suite continue d'états d'équilibre peu compatibles avec les discontinuités qui accompagnent souvent les grands investissements.

Même ainsi précisée la notion de surplus reste discutable. Mais la théorie ne fournit pas pour le moment d'outil meilleur. On peut dans ces conditions utiliser le critère de surplus pour apprécier l'intérêt des grands investissements en sachant qu'il s'agit d'une approximation qui pour le moment au moins, reste la meilleure de celle que l'on peut faire.

54.2 - LA VALEUR DU TEMPS

Certains avantages attendus d'un investissement de transport ne peuvent être vendus, du moins directement, à cause de leur nature ou de la forme des institutions. Il s'agit par exemple du temps économisé par les automobilistes qui empruntent un itinéaire routier qui vient d'être amélioré. Chacun sait bien qu'une économie de temps a une certaine valeur, mais laquelle? Par ailleurs, dans le cas de la voirie ordinaire, les avantages dont bénéficient les usagers, ne donnent pas lieu à recettes effectives pour la collectivité qui investit sur les routes. Par contre, sur les autoroutes à péage, il est possible de vendre effectivement une partie au moins des avantages qui résultent de l'investissement fait.

Ces raisons font que le schéma développé jus-qu'ici pour choisir les investissements ne peut s'appliquer directement.

a/ Sonadaptation est cependant facile et intentive. Nousallons lemontrer en examinant le problème des gains de temps.

Considérons un itinéraire dont les conditions de parcours sont susceptibles d'être améliorées (par exemple par la construction d'un tunnel pour un col difficile). Actuellement, le parcours de l'itinéraire entrafne pour l'usager moyen :

- des dépenses de circulation $p_é$ pour son véhicule
- un péage p si l'itinéraire est à péage
- un temps t égal à la durée du parcours

Comment valoriser la durée t? S'il s'agit de marchandises, la solution est élémentaire : une marchandise qui circule n'est pas utilisable pour la consommation donc implique l'existence d'un volant de production, ce qui immobilise des capitaux. La valeur du temps est donc égale aux intérêts sur la somme immobilisée. Ce raisonnement n'est pas théorique : c'est à la suite d'un raisonnement de cette nature que les fabricants d'ordinateurs ont choisi pour leur pboduction le transport par voie aérienne au lieu de la voie terrestre.

Mais s'agissant de personnes, quelle valeur donnée au temps gagné ? Il est évident que cela dépend des individus, du moment de leur vie, du pays dans lequel ils vivent. Il n'est pas possible, dans le cadre de cet ouvrage, de développer davantage ce point. Mais on conçoit qu'il soit possible en étudiant les choix que fbnt les individus entre des solutions différentes (par ex. des itinéraires, des moyens de transports), de rapidité et de coûts différents, de faire apparaitre la valeur qu'intuitivement les individus attachent au temps. Cette valeur dépend des circonstances, mais il est possible dans chaque cas de l'apprécier.

Supposons qu'elle soit unique et vaille f pour tous les utilisateurs de l'itinéraire étudié. L'utilisation de l'itinéraire coûte ainsi $T\ (p_e + p + f\ t)$

Une variation dp_e, dp, dt des conditions de parcours fait apparaftre pour les usagers un avantage total de

$$- T\ (dp_e + dp + f\ dt)$$

Pour les nouveaux usagers dT le gain est nul puisque ce que leur coûte au total le voyage $(p_e + p + f\ t)$ égale juste la valeur pour eux de faire le voyage, car s'il n'en était pas ainsi, ils l'auraient déjà entrepris avec les conditions initiales sur le parcours.

Supposons, par ailleurs, que l'infrastructure appartienne à une entreprise qui, pour son usage, perçoit le péage p et pour l'entretien dépense au total par an D. Si la route eet sans péage p = 0. Le bénéfice de l'entreprise vaut :

$$p\,T - D$$

et la transformation l'augmente de :

$$pdT + Tdp - dD$$

dT est la variation de demande qui résulte de la variation

$$d\,(p_e + p + f\,t)$$

du coût de l'usager.

L'avantage total de la modification vaut ainsi

$$(54.21)\quad dU = -T\,(dp_e + dp + f\ dt) + p\,d\,T + T\,dp - dD$$

Si la modification est petite, on en reste là. Si elle eet plus importante, on utilise la notion de eurplus comme il est dit ci-dessus.

Si, par exemple, l'investissement se traduit uniquement par un gain de temps, sans augmentation des dépenses d'entretien , l'avantage da l'investissement eet la somme :

- de la valeur du temps gagne par les usagers actuels (-T f dt)
- du supplément de péage correspondant aux utilieateure nouveaux venus à cause de la réduction de durée (p dt).

S'il n' y a pas de péage, seul le premier terme subeiete.

b/ <u>Il est possible d'établir sur dee bases plus rationnelle8 la valeur du temps</u>

On s'intéresse à la valeur du temps des personnes, celles des marchandises ne posant pas de problèmes réels. Revenons à la schématisation du comportement du consommateur exposée au chapitre I : on y a postulé l'existence pour chaque consommamateur d'une fonction de satisfaction S, fonction desquantités de biens consommes q_i. L'individu choisit sa consommation pour maximiser S sous sa "contrainte budgétaire",c'est à diré selon les possibilités que lui donne son revenu.

$$(1)\quad \max S = S\,(q_1\,,q_2 \cdots\cdots q_i)$$

$$(2)\quad \text{avec } \sum p_i\,q_i = r$$

Supposons qu'en outre il doive respecter une condition de temps : la consommation de q_i demandant une durée

$$t_i\,q_i$$

et l'individu dispose pour toute sa consommation d'une durée T limitée : il doit choisir les q_i pour vérifier aussi.

$$(3)\qquad \sum t_i q_i = T$$

La maximation de (1) sous les conditions (2) et (3) impliqueen utilisant les multiplicateurs de Lagrange $\frac{1}{\lambda}$ et μ que

$$\frac{S_i}{p_i + \mu\lambda t_i} = \frac{1}{\lambda} \qquad S_i = \frac{\partial S}{\partial q_i}$$

Ainsi, pour l'individu i tout se passe comme si le temps avait la valeur $f = \mu\lambda$

On peut ensuite, comme M. LESOURNE l'a fait, chercher directement quelle est dans l'exemple précédent la variation d'utilité collective entraînée par la variation des conditions de parcours sur l'itinéraire et établir sur des bases plus solides la relation (54.21). On part pour cela de l'expression.

$$dU = \sum_k A \; S_i^k \quad \text{(k indice des individus)}$$

qui devient

$$dU = \sum_i (p_i + f\,t_i)\,dq_i$$

si tous les individus attachent la même valeur au temps.

54.5 - CALCUL DES ECONOMIES D'ESSENCE

Dans certains pays, l'essence est frappée d'une taxe très forte de l'ordre de 2 à 3 fois son prix de revient. Cette taxe est spécifique et sans commune mesure avec les autres taxes indirectes qui frappent les produits de consommation. Or, le problème du choix des investissements routiers est souvent celui de la comparaison de dépenses d'investissement et d'économies de frais de circulation dans lesquelles l'essence compte pour beaucoup. En outre, l'Etat est souvent la collectivité qui finance les investissements. A quelle valeur dans ces conditions faut-il compter l'essence économisée : à son prix de vente qui mesure bien la valeur pour l'utilisateur ou à sa valeur hors taxe qui est celle pour l'Etat ?

S'il s'agit d'une société privée, par exemple, d'une société qui serait concessionnaire d'une autoroute à péage, son intérêt est de déterminer ses investissements sur la base du prix de l'essence, taxe comprise puisque c'est sur cette base qu'elle peut arrêter sa politique de péage, suivant les réactions de ses clients.

Mais s'agissant de l'Etat, on conçoit mal qu'il doive dépenser 100 pour économiser 110 aux usagers, alors que sur 110 les dépenses réelles sont de 30 et les impôts de 80. En fait, la réponse est claire, comme cela a été vu au chapitre 3, il convient de compter les économies d'essence à <u>la valeur hors taxe du carburant</u> pour apprécier l'intérêt des investissements dans <u>l'optique de</u> la collectivité à laquelle l'Etat assure, par le moyen de taxes, des services publics gratuits (la défense, la santé, l'éducation, etc...).